

ФИЛЬТРАЦИЯ ДВУХФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ НА КОМПЬЮТЕРАХ С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПАМЯТЬЮ

Е.В. Бervено, А.А. Калинин, Ю.М. Лаевский

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
Новосибирск*

Рассматривается математическая модель фильтрации двухфазной жидкости и её программная реализация на кластерах, состоящих из сотен узлов, с использованием MPI-технологии. Переход к сеточной задаче осуществлен с помощью смешанного метода конечных элементов. Приведенный алгоритм для программной реализации задачи обладает высокой масштабируемостью и эффективностью с точки зрения операций и обмена данными на многопроцессорных системах. При проведении ряда тестов были получены численные результаты, демонстрирующие значительное варьирование времени прорыва воды в добывающие скважины, в зависимости от местоположения неоднородностей.

Введение

На сегодняшний день методы математического моделирования широко используются в практике проектирования и оптимизации разработки месторождений и решения задач фильтрации. Создание моделей, адекватно описывающих строение пластов, а также происходящие в них фильтрационные процессы, является актуальной задачей.

Ранее в рамках данной тематики авторами статей [1, 2] исследовались модели фильтрации двухфазной несжимаемой жидкости в однородной среде с различным расположением скважин. Данное исследование является продолжением этого цикла работ, и теперь акцент ставится на изучение того, как неоднородности в почве могут влиять на процесс фильтрации.

1. Модель двухфазной фильтрации

Математическая постановка модели включает в себя закон сохранения массы компонент двухфазной несжимаемой жидкости и закон Дарси:

$$\begin{aligned}\frac{1}{k(s)} v + \nabla \psi &= G(s), \\ \nabla v &= 0, \\ \frac{1}{k(s)} w &= \nabla \sigma(s), \\ v_2 - \frac{k_2(s)}{k(s)} (v - w) &= -k_2(s) G(s), \\ m \frac{\partial s}{\partial t} + \nabla v_2 &= 0,\end{aligned}$$

где v_i – векторы скоростей фильтрации фаз, $v = v_1 + v_2$, ψ – обобщенное давление, k_i – проницаемость фаз, $k = k_1 + k_2$, s – насыщенность второй фазы, $G(s)$ – вектор гравитации, m – пористость. Здесь и далее подстрочный индекс i означает номер фазы, где $i = 1$ соответствует вытесняемой фазе (нефть), $i = 2$ – вытесняющей фазе (вода).

Приведённые выше соотношения характеризуют процесс фильтрации в однородных средах (рис. 1). Система замыкается путем задания условий непротекания на гра-

нице области и задания удельного потока на границах нагнетательной и добывающей скважин.



Рис. 1. Процесс фильтрации

2. Программная реализация задачи

Задача была реализована с применением высокопроизводительных кластерных вычислений, необходимость чего обусловлена сложностью и большим объемом задачи. Вычисления производились в Сибирском суперкомпьютерном центре (ССКЦ) на кластере НКС-30Т, содержащем 60 вычислительных узлов, каждый из которых содержит 2 процессора Intel®Xeon®E5540 с 8Gb RAM. В итоге алгоритм продемонстрировал эффективную работу на компьютерах с распределенной памятью и хорошую масштабируемость до 256 процессов.

Для построения дискретной модели используется смешанный метод конечных элементов. Скалярные функции (давление и насыщенность) ищутся в пространстве кусочно-постоянных функций, а векторные поля скоростей аппроксимируются элементами Равьяра-Тома минимальной степени. В качестве разностной схемы по времени используется явная схема типа предиктор–корректор, что позволяет свести распараллеливание к параллельной реализации вычислений правых частей. Для эффективного решения седловой задачи согласно [2] используется метод сопряженных градиентов для дополнения Шура с переобуславливателем, допускающим разделение переменных.

Основным преимуществом этого алгоритма является хорошая масштабируемость на компьютерах с распределенной памятью: каждый процесс делает работу независимо от других, и все процессы обмениваются данными с помощью процедуры MPI_Alltoall. Распределение данных между процессами происходит, как указано на рисунке 2.

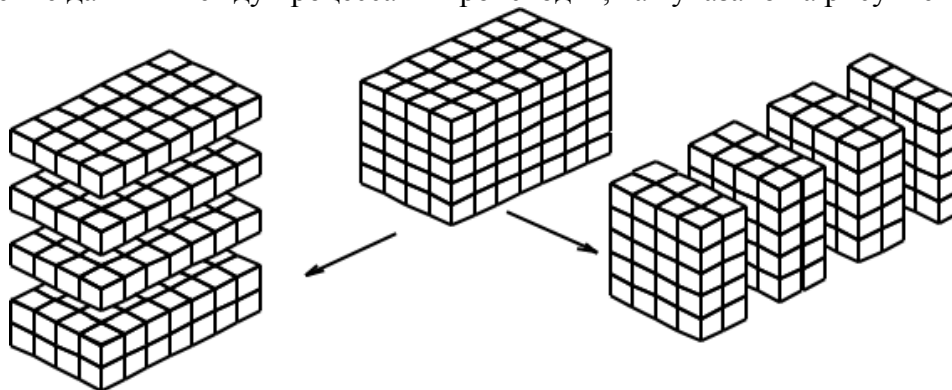


Рис. 2. Распределение данных между процессами

Для решения задачи на каждом шаге необходимо сделать лишь несколько итераций переобусловленного метода сопряженных градиентов. В процессе реализации переобуславливателя требуется выполнить огромное количество дискретных разложений Фурье малой размерности. Для ее реализации мы используем FFT функциональность НРС библиотеки Intel® MKL [7]. В итоге, благодаря тому, что каждый рабочий массив делится поровну между процессами, мы смогли решать задачи достаточно большого раз-

мера, которые не могут быть рассчитаны на последовательных машинах ввиду естественных ограничений доступной памяти.

3. Результаты численных экспериментов

С целью изучения движения водяного фронта был проведен ряд вычислительных экспериментов для модели нефтяного пласта, где неоднородные блоки задавались геометрически при помощи параметров пористости и проницаемости.

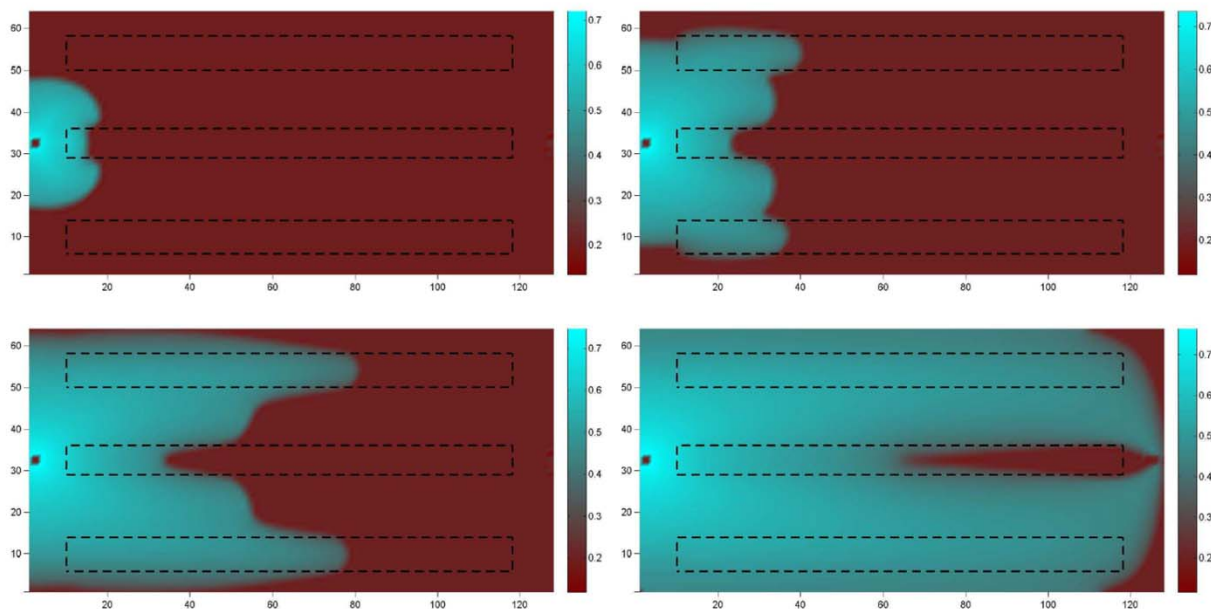


Рис. 3. Фильтрация с неоднородной пористостью m

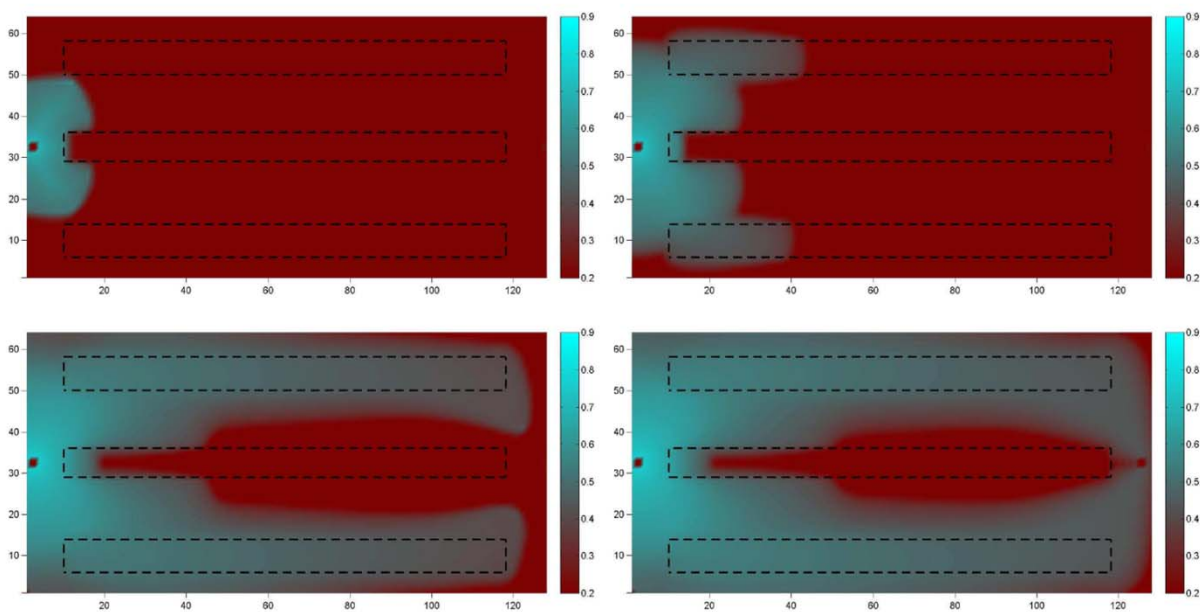


Рис. 4. Фильтрация с неоднородной проницаемостью k_0

На рисунке 3 приведена визуализация процесса фильтрации нефти водой в случае включения в нефтеносный слой блоков с различными параметрами пористости m . В верхнем и нижнем пунктирных блоках значение пористости $m = 0,1$, в среднем значение $m = 0,9$, а в остальном объеме $m = 0,375$ (соответствует пористости нефти).

На рисунке 4 изображены результаты эксперимента, где в качестве варьируемого параметра неоднородности среды задается абсолютная проницаемость k_0 . В верхнем и нижнем пунктирных блоках значение проницаемости $k_0 = 3,06 \times 10^{-11}$, в среднем значении $k_0 = 3,06 \times 10^{-13}$, а в остальном объеме $k_0 = 3,06 \times 10^{-12}$.

Интересно, что если задавать неоднородности разными способами –используя либо параметр пористости, либо параметр проницаемости, то при одном и том же положении неоднородностей в пластах скорость вытеснения нефти водой во всём объеме будет значительно отличаться. Это объясняется тем, что проницаемость входит в уравнение множителем при членах первого порядка малости, а изменения пористости – с множителем порядка единицы. Зависимость проницаемости от давления может быть существенной для процессов, происходящих в призабойной зоне, где велики перепады давления, или для весьма длительных процессов. Таким образом проиллюстрирована важность точных моделей и исходных данных о структуре нефтяного коллектора.

Полученный алгоритм эффективно работает на компьютерах с распределенной памятью. Результаты работы программы на различных последовательностях сеток представлены в таблице 1. Алгоритм не может работать на большем количестве процессов, чем размерность сетки, поэтому некоторые ячейки оставлены пустыми. Строки соответствуют различным размерам сетки, столбцы – числу процессов. Коэффициент ускорения представлен в каждой ячейке как отношение времени работы на 1 процессе к времени работы на p процессах.

Таблица 1. Результаты масштабируемости MPI-версии

p $N \times M$	2	4	8	16	32	64	128	256
32x4	1,47	1,94	-	-	-	-	-	-
64x8	1,79	3,40	4,39	-	-	-	-	-
128x16	1,61	3,06	5,99	8,63	-	-	-	-
256x32	1,98	3,36	6,83	10,38	15,08	-	-	-
512x64	2,07	4,12	4,72	8,65	16,36	20,71	-	-
1024x128	1,78	3,54	7,09	13,84	24,01	34,04	43,31	-
2048x256	2,05	3,44	6,06	12,19	24,53	47,85	67,94	82,98

Как видно из результатов, «одноядерный» MPI более эффективен на небольшом числе процессов, когда вычислительная нагрузка достаточно велика и обмен данными не оказывает существенного влияния. Распараллеливание с использованием ядер с разделенной памятью более эффективно на большом количестве процессов. С ростом числа процессов коэффициент ускорения будет расти настолько быстро, насколько быстро пересылаются данные.

Заключение

Одной из главных целей данного исследования являлось изучение влияния введения неоднородностей на процесс двухфазной фильтрации. Благодаря построенной модели и проведенным в этом направлении экспериментам выявлена необходимость работы над адекватным заданием среды реального нефтяного пласта, поскольку алгоритм демонстрирует зависимость движения фронта воды от изменения параметров среды. Следующим этапом нашего исследования планируется построение модели фильтрации в трещиновато-пористой среде, что сделает доступным более корректное воспроизведение процесса.

Проведен цикл исследований по разработке и реализации программного комплекса, созданию вычислительной среды и разработке методики распараллеливания трехмерной задачи для компьютерных систем, удовлетворяющих кластерной структуре, с использованием MPI-технологии.

Полученный в итоге комплекс программ для трехмерного гидродинамического моделирования резервуаров нефти позволяет проводить инженерный анализ нефтяных месторождений с помощью современных вычислительных технологий и визуализацию результатов высокопроизводительных кластерных вычислений.

Работа поддержана проектами РФФИ №13-01-00019 и №12-01-31046.

Литература

1. Laevsky Yu.M., Popov P.E., Kalinkin A.A. Simulation of two-phase fluid filtration by mixed finite element method // *Matem. Mod.* 2010. Vol. 22. N. 3. P. 74-90.
2. Popov P.E., Kalinkin A.A. The method of separation of variables in a problem with a saddle point // *Russian J. Numer. Anal. Math. Model.* 2008. Vol. 23. N. 1. P. 97-106.
3. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. С. 104-112.
4. Berveno E.V. Simulation of two-phase fluid filtration with nonuniform media on clusters (в печати).
5. Brezi F. and Fortin M. *Mixed and Hybrid Finite Element Methods* / New York: Springer-Verlag, 1991.
6. Демидов Г.В., Новиков Е.А. Экономичный алгоритм интегрирования нежестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений. // *Численные методы в математической физике*. Новосибирск: ВЦ СО СССР. 1979. С. 69-83.
7. <http://software.intel.com/en-en/articles/intel-mkl/>.