

РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЕ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ЗАДАЧАХ ВОГНУТОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

О.В. Хамисов

Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, Иркутск

Рассматривается задача минимизации (квази)вогнутой функции на ограниченном многогранном множестве. Хорошее локальное решение можно получить, многократно решая однотипные задачи линейного программирования. Для этого предлагается использовать систему GAMS со встроенными в ней возможностями распараллеливания. Глобальное решение ищется посредством методов внешней и внутренней аппроксимации и тестируется на языке Python также с распараллеливанием.

Введение

Заданы (квази)вогнутая функция $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, матрица A размера $m \times n$, вектор $b \in \mathbb{R}^m$. Требуется решить задачу вогнутого программирования

$$f(x) \rightarrow \min, x \in X = \{x: Ax \leq b\}.$$

Хорошо известно, что глобальный минимум в такой задаче достигается в вершине X . Этот факт систематически используется в предлагаемой методике.

Локальный поиск

Для нахождения хорошего локального решения применяется следующий широко распространённый подход. Сначала находятся решения $2n$ задач линейного программирования:

$$v^k = \operatorname{argmin}\{ \langle c^k, x \rangle : x \in X \}, k = 1, \dots, 2n,$$

где $c^k = (0, \dots, 1, \dots, 0)^T, k = 1, \dots, n$, $c^k = (0, \dots, -1, \dots, 0)^T, k = n + 1, \dots, 2n$. Данный процесс хорошо распараллеливается в GAMS, существенно (в разы) сокращая время решения. Затем из всех найденных вершин выбирается вершина с минимальным значением целевой функции. Далее определяются вершины, соседние с выбранной. Если хотя бы в одной из соседних значение целевой функции меньше, то переходим в эту вершину, снова находим соседние и т.д.

Глобальный поиск

Для гарантированного нахождения глобального минимума используется процедура внешней аппроксимации [1], реализованная на языке Python. Данная процедура носит переборный характер, и именно переборный алгоритм был распараллелен. Тестирование показало, что на 4-х ядерном ноутбуке Intel Core i7/8GB/2.3GHz можно достичь почти 3-х кратного ускорения.

Вычислительный эксперимент

Предварительный вычислительный эксперимент был проведён на задачах от 5 до 15 переменных для процедуры внешней аппроксимации, и от 10 до 100 переменных для процедуры локального поиска. В обоих случаях удалось добиться хорошего ускорения вычислений.

Литература

1. Tuy H. Convex analysis and global optimization. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1998. – 339 p.