

## 1. УЧЕБНЫЙ КУРС

### ТЕОРИЯ ГРАФОВ

ННГУ\_ВМК\_ФИИТ\_М03 (ТГ)

#### Цели и задачи курса

Учебный курс знакомит студентов с основными понятиями теории графов, способами представления графов, методами их анализа. Рассматриваются классические алгоритмы и задачи.

#### Требования к слушателям

Знание учебного материала курса М207 «Дискретная математика».

#### Описание курса

Основными учебными разделами курса являются:

- **Представление графов** – 4 часа.

Матричные представления. Списки смежности и инцидентности. Геометрические представления. Планарные графы. Критерии планарности. Алгоритмы распознавания планарности и укладки. Графы пересечений. Интервальные графы.

- **Методы анализа графов** – 6 часов

Поиск в ширину, его применение к выявлению компонент связности, вычислению расстояний в графе. Поиск в глубину, его применение к выявлению шарниров и блоков. Пространство циклов графа и его базис. Фундаментальные циклы, их построение с помощью поиска в глубину. Пространство разрезов. Эйлеровы циклы и последовательности де Брейна. Алгоритмы построения эйлеровых и гамильтоновых циклов.

- **Идентификация графов** – 4 часа

Распознавание изоморфизма графов в общем случае (метод Ульмана). Кодирование и распознавание изоморфизма деревьев. Выявление центра дерева. Лексикографическая сортировка.

- **Экстремальные задачи на графах** – 8 часов

Задачи о независимом множестве, клике, вершинном покрытии графа. Переборные, эвристические и приближенные алгоритмы для их решения. Паросочетания и реберные покрытия. Теорема Галлаи. Метод увеличивающих путей для задачи о наибольшем паросочетании в двудольном графе. Эффективный алгоритм решения задачи о наибольшем независимом множестве для двудольного графа. Решение задачи о паросочетании для произвольных графов (метод Эдмондса). Раскраски вершин и ребер графа.

- **Задачи на взвешенных графах** – 8 часов

Задача об оптимальном каркасе. Алгоритм Прима и его рационализация. Алгоритм Крускала. Задачи об оптимальных путях. Алгоритмы Форда-Беллмана, Флойда-Уоршалла, Дейкстры. Задача о максимальном потоке. Алгоритм кратчайшего пути (Эдмондса-Карпа).

- **Параллельные вычисления при решении задач на графах<sup>ПАР</sup>** – 6 часов

Вычислительная трудоемкость алгоритмов и параллельные вычисления. Параллельные варианты алгоритмов для задачи поиска кратчайших путей (метод Флойда) и задачи нахождения минимального охватывающего дерева (метод Прима).

Проблема оптимального разделения графов при параллельных вычислениях на системах с распределенной памятью. Метод рекурсивного деления пополам. Геометрические и комбинаторные методы. Сравнение алгоритмов. Общая характеристика программных систем для решения задач разбиения графов. Системы Metis и ParMetis.

Лабораторный практикум по учебному курсу включает выполнение учебных работ по следующим темам:

- Способы представления графов.
- Распознавание планарности и укладка графа.
- Поиск в ширину. Выявление компонент связности, построение каркаса, вычисление расстояний.
- Поиск в глубину. Построение каркаса, выявление шарниров, построение базы циклов.
- Построение эйлеровых и гамильтоновых циклов.
- Распознавание изоморфизма и изоморфного вложения графов.
- Распознавание изоморфизма деревьев.
- Алгоритмы для нахождения наибольшего независимого множества, клики, наименьшего вершинного покрытия.
- Построение наибольшего паросочетания в двудольном графе методов увеличивающих путей. Нахождение наибольшего независимого множества в двудольном графе.
- Алгоритм Эдмондса для построения наибольшего паросочетания в произвольном графе.
- Алгоритм Прима для задачи об оптимальном каркасе и его рационализация.
- Алгоритм Крускала для задачи об оптимальном каркасе. Эффективная структура данных для разобобщенных множеств.
- Алгоритмы для задач о кратчайших путях.
- Решение задачи об оптимальном потоке.
- Методы разделения графов. Системы Metis и ParMetis.

### **Ожидаемые результаты обучения**

Обучаемые, успешно освоившие учебный курс, будут знать:

- способы представления графов и основные методы их анализа;
- классические задачи на графах и методы их решения;
- параллельные методы решения задач на графах.

### **Учебная литература**

1. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. М.: Наука, 1990.
2. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы. Построение и анализ. М.: МЦНМО, 2000.
3. Зыков А.А. Основы теории графов. М.: Наука, 1987.
4. Ху Т. Ч., Шинг М. Т. Комбинаторные алгоритмы. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2004.
5. Гергель В.П. Теория и практика параллельных вычислений. М.: Интернет-Университет Информационных технологий; Бинум, 2007. 424 с.

**Контактная информация:** проф. каф. МЛивА, д.ф.-м.н. В.Е. Алексеев