ОТОБРАЖЕНИЕ ГРАФА ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ НА ГРАФ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЕТИ

Н.В. Старостин, М.А. Панкратова

Нижегородский госуниверситет им. Н.И.Лобачевского

В работе рассматривается актуальная задача отображения графа на граф. Предлагается математическая постановка задачи, изучены и программно реализованы известные подходы к решению задачи, разрабатывается генетический и многоуровневый подходы решения поставленной задачи.

В работе рассматривается актуальная задача отображения графа на граф, которая возникает на этапе назначения параллельной программы планировщиком на выделенный вычислительный ресурс. Рассмотрим задачу отображения на примере упрощенной модели вычислительной системы $H(V,P,E)$, где V – множество всех сетевых устройств вычислительной системы; $P=\{p_1,...,p_n\}\subseteq V$ – вычислители (ядра, процессоры, узлы); $E\subseteq V^{(2)}$ – непосредственные двунаправленные связи между элементами вычислительной системы. Имеется неориентированный граф $G(Q,C)$ виртуальной топологии, где $Q=\{q_1,...,q_n\}$ – множество вершин граф виртуальной топологии; $C\subseteq Q^{(2)}$ – множество связей виртуальной топологии. Требуется назначить элементы Q виртуальной топологии G по вычислителям P системы H.

Введем симметричную матрицу коммуникаций (расстояний, трудоемкости) $(d_{ij})_{n*n}$, где d_{ij} – расстояние (трудоемкость коммуникаций) между вычислителями p_i и p_j в графе H. Обозначим через $(a_{ij})_{n*n}$ матрицу смежности графа топологии G.

Варьируемые параметры: матрица перестановок $X=(x_{ij})_{n*n}$, где $x_{ij}=1$, если элемент $q_i\in Q$ виртуальной топологии приведен в соответствие с вычислителем $p_j\in P$; $x_{ij}=0$ в противном случае.

Ограничения

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij},\ i=\overline{1,n}; \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}=1,\ j=\overline{1,n}; \tag{2}$$

$$x_{ij}\in\{0,1\},\ i,j\in\overline{1,n}. \tag{3}$$

Критерии

В задаче отображения требуется минимизировать издержки на коммуникации. При построении критерия можно исходить из суммарных затрат на коммуникацию или минимизировать самые «дорогие» коммуникации:

$$F_{SUM}(X)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\left(\sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} x_{il}x_{jk}d_{lk}\right)\to\min \tag{4}$$

$$F_{MAX}(X) = \max_{i,j=\overline{1,n}} a_{ij}\left(\sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} x_{il}x_{jk}d_{lk}\right) \to \min \qquad (5)$$

В общем случае задачи отображения с критериями (4) и (5) являются NP-трудными в сильном смысле [1]. На практике порядки прикладных задач – сотни тысяч. Использование точных методов для решения прикладных задач не представляется возможным.

В работе рассматриваются эвристические алгоритмы, которые способны за приемлемое время найти решение задачи. Предлагаются алгоритмы, основанные на генетическом и многоуровневом подходах. Генетический алгоритм [2], перебирая различные варианты отображения, генерирует новые, копируя лучшие характеристики имеющихся решений. Многоуровневый алгоритм основан на многократной редукции исходной задачи, поиске и восстановлении решения.

В ходе работы были проведены вычислительные эксперименты на разных классах задач, определены особенности алгоритмов, сделаны выводы.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Минобрнауки России, госсоглашение №14.B37.21.0878.

Литература

1. El-Rewini H., Lewis T.G., Ali H.H. Task Scheduling in Parallel and Distributed Systems. Prentice Hall, 1994.
2. Батищев Д.И. Генетические алгоритмы решения экстремальных задач: учеб. пособие. Воронеж. гос. техн. ун-т; Нижегородский гос. ун-т. Воронеж, 1995. 69 с.
3. Батищев Д.И., Старостин Н.В., Филимонов А.В. Многоуровневая декомпозиция гиперграфовых структур // Информационные технологии: прилож. к журналу. 2008. № 5 (141). С. 1–32.