

# СОВРЕМЕННЫЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

С.В. Сидоров

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

Работа содержит обзор современных параллельных алгоритмов глобальной оптимизации. Особое внимание уделено схемам организации параллельных вычислений.

## Постановка задачи условной глобальной оптимизации

В самом общем виде прикладные задачи принятия решений могут быть сведены к задаче условной глобальной оптимизации, которую можно сформулировать следующим образом. Пусть  $\varphi(y)$ ,  $g_j(y) \leq 0$ ,  $1 \leq j \leq m$ , есть действительные функции, определенные на множестве  $D$   $N$ -мерного евклидова пространства  $R^N$ , и пусть точка  $x^*$  удовлетворяет условию

$$\varphi(y^*) = \min\{\varphi(y): y \in D, g_j(y) \leq 0, 1 \leq j \leq m\}. \quad (1)$$

Точка из  $y^*$  (1) обычно называется глобально-оптимальной точкой или глобально-оптимальным решением. При этом функцию  $\varphi(y)$  называют функцией цели, или целевой функцией, а функции  $g_j(y) \leq 0$ ,  $1 \leq j \leq m$ , – ограничениями задачи.

Область  $D$  называют *областью поиска* и обычно описывают как некоторый гиперинтервал из  $N$ -мерного евклидова пространства

$$D = \{y \in R^N: a_j \leq y \leq b_j, 1 \leq i \leq N\},$$

где  $a, b \in R^N$  есть заданные векторы. Точки из области поиска, удовлетворяющие всем ограничениям, называются *допустимыми точками* или *допустимыми решениями*. Множество

$$Q = \{y: y \in D, g_j(y) \leq 0, 1 \leq j \leq m\}$$

всех таких точек называют *допустимой областью*.

## Современные параллельные методы глобальной оптимизации

Обзор подготовлен на основе анализа известных современных методов, встречающихся в русскоязычной и англоязычной научной литературе.

В одной из реализаций метода Монте-Карло [21] распараллеливание осуществляется по схеме «менеджер-исполнители». Межпроцессорное взаимодействие выполнено синхронно. Каждый процессор-исполнитель получает подмножество точек, в которых независимо от других требуется вычислить значение функции.

Параллельная реализация мультистартовой схемы представлена, к примеру, в работах [22, 23]. При этом существуют 2 разновидности параллельного алгоритма. В первой распараллеливание осуществляется внутри метода локального поиска, во второй – за счет одновременного запуска локальных спусков на нескольких процессорах.

Одним из популярных направлений в параллельной глобальной оптимизации являются параллельные генетические алгоритмы. В таких алгоритмах распараллеливание осуществляется за счет одновременной и независимой обработки отдельных популяций несколькими процессорами. Распараллеливание осуществляется по схеме «менеджер-

исполнители». Межпроцессорное взаимодействие выполнено синхронно. Конкретные реализации таких алгоритмов можно найти в [24-26].

В работе [8] представлена параллельная реализация алгоритма глобального поиска на основе полного перебора. Алгоритм основан на делении всей области поиска на подобласти и осуществления поиска в подобластях параллельно.

Вычисления организованы по схеме «менеджер-исполнители» [14]. Межпроцессорное взаимодействие выполнено асинхронно.

В работе [10] предлагается параллельный вариант эвристического алгоритма глобальной оптимизации, основанного на известном подходе монотонного случайного спуска (Monotonic Basin-Hopping) [9]. Вычисления удобно организовать по схеме «менеджер-исполнители». Один из процессоров, называемый управляющим, поддерживает список точек, остальные, рабочие процессоры, выполняют поиск локальных минимумов в окрестности. Управляющий процессор выбирает очередную непомеченную точку из списка и отправляет ее тем свободным рабочим процессам, которым она еще не была отправлена. Точка считается помеченной после того, как она была отправлена каждому рабочему процессу.

Ю.Г. Евтушенко, В.У. Малкова и А.А. Станевичюс предлагают параллельный алгоритм глобальной оптимизации [12], основанный на методе неравномерных покрытий [11]. Вычисления организованы по схеме «менеджер-исполнители». Главная идея параллельного алгоритма состоит в том, чтобы выполнять итерации последовательного алгоритма параллельно на множестве процессоров с периодическим обменом рекордами и перераспределением областей поиска между ними в процессе счета. Межпроцессорное взаимодействие выполнено асинхронно.

Известный алгоритм глобальной оптимизации DIRECT и его модификация LBDIRECT (locally-biased DIRECT) подробно описаны в [18, 19]. Параллельная версия алгоритма организована по схеме «менеджер-исполнители». Вычисления организованы так, что на каждой итерации поиска управляющий процессор рассылает точки очередных испытаний исполнителям, которые проводят вычисление значений оптимизируемой функции и передают результаты выполненных обратно. Межпроцессорное взаимодействие выполнено синхронно.

Отдельно необходимо отметить независимые работы представителей Нижегородской школы глобальной оптимизации. Особого внимания заслуживают работы Р.Г. Стронгина, В.П. Гергеля, Я.Д. Сергеева и В.А. Гришагина [1-7]. Фундаментальной основой разработанных методов является алгоритм глобального поиска (АГП) [15]. Все многообразие разработанных алгоритмов по способу организации параллельных вычислений можно разделить на 2 группы.

1. Алгоритмы первой группы используют адаптивное разбиение области поиска на подобласти (гиперинтервалы или интервалы (в случае редукции размерности)), ранжированные численно (имеющие характеристику). Если в последовательных алгоритмах следующий шаг разбиения выполняется в одной наилучшей подобласти (с максимальной характеристикой), то в параллельных каждый процессор продолжает разбиение подобластей из набора нескольких наилучших [1–6]. В рамках этой схемы один из имеющихся процессоров выделяется в качестве управляющего. Назначение управляющего процессора – выполнение алгоритма поиска, подготовка и передача свободным процессорам точек очередных испытаний, получение и обработку результатов испытаний от всех других процессоров. Процессоры-исполнители вычисляют значение целевой функции в точке, полученной от управляющего процессора. Межпроцессорное взаимодействие выполнено асинхронно. Вычисления организованы по схеме «менеджер-исполнители». Конкретными при-

мерами являются параллельные адаптивные алгоритмы [16], параллельная многошаговая схема [7], параллельный алгоритм глобального поиска [2].

2. Параллельный алгоритм на основе множественной развертки (сдвиговой или вращаемой) решает несколько информационно связанных подзадач, помогающих решению всей задачи целиком. Каждый процессор решает одну или несколько подзадач, обмениваясь поисковой информацией [17]. Управляющий процессор отсутствует. Межпроцессорное взаимодействие выполнено асинхронно.

Е.Е. Пестовой и А.Г. Коротченко предложен параллельный алгоритм глобальной оптимизации в классах функций, определяемых кусочно-степенными мажорантами [20]. Алгоритм основан на диагональном подходе, предложенным Я. Пинтером [13]. При этом на каждой итерации поиска вместо вычисления одной точки происходит вычисление сразу нескольких параллельно. Распараллеливание осуществляется по схеме «менеджер-исполнители». Межпроцессорное взаимодействие выполнено синхронно.

### Литература

1. Strongin R.G., Sergeyev Ya.D. Global optimization with non-convex constraints. Sequential and parallel algorithms. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000.
2. Sergeyev Ya.D. Parallel Information Algorithm with Local Tuning for Solving Multidimensional GO Problems // Journal of Global Optimization. Vol. 15, No. 2, P. 157-167.
3. Sergeyev Ya.D., Grishagin V.A. A parallel method for finding the global minimum of univariate functions // Journal of Optimization Theory and Applications. Vol. 80. No. 3, P. 513-536.
4. Sergeyev Ya.D., and Grishagin V.A. Sequential and Parallel Algorithms for Global Optimization // Optimization Methods and Software. 1994. 3, P. 111-124.
5. Sergeev Ya.D., Strongin R.G. A global minimization algorithm with parallel iterations // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics. 1989. Vol. 29. No. 2, P. 7-15.
6. Sergeyev Ya. D., and Strongin R.G. Global Multidimensional Optimization on Parallel Computer // Parallel Computing. 1992. 18, P. 1259-1273.
7. Гришагин В.А., Сергеев Я.Д. Параллельный метод решения многомерных многоэкстремальных задач с невыпуклыми ограничениями // Материалы 5 международного научно-практического семинара «Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах». 2005. С. 72-83.
8. Оленев Н.Н. Параллельные вычисления для идентификации моделей экономики // Материалы международной конференции «Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах», Самара, 2004. С. 302-305.
9. Leary R.H. Global optimization on funneling landscapes // J. Global Optim. 2000. 18, P. 367-383.
10. Посыпкин М.А. Параллельный эвристический алгоритм глобальной оптимизации // Труды ИСА РАН, 2008. Т. 32. С. 166-179.
11. Евтушенко Ю.Г. Численный метод поиска глобального экстремума (перебор на неравномерной сетке) // Журнал вычислительной математики и математической физики, Т. 11, 6. С. 1390-1403.
12. Евтушенко Ю.Г., Малкова В.У., Станевичюс А.А. Параллельный поиск глобального экстремума функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики. Т. 49. № 2. С. 255-269.
13. Pinter J.D. Global Optimization in Action (Continuous and Lipschitz Optimization: Algorithms, Implementations and Applications). – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.
14. Jorge L. Ortega-Arjona. The Manager Workers Pattern

15. Стронгин Р.Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах. М.: Наука, 1978.
16. Гергель А.В, Гнатюк Д.В. Адаптивные параллельные алгоритмы для многомерной многоэкстремальной оптимизации. // Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах (НПС-2009), Изд ВТУ, 2009. С. 92-96.
17. Стронгин Р.Г. Параллельная многоэкстремальная оптимизация с использованием множества разверток // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1991. Т.31. №8. С. 1173 – 1185.
18. Gablonsky M.J. Modifications of the DIRECT Algorithm // Ph.D. Thesis, North Carolina State University, Raleigh, NC, 2001.
19. Gablonsky M.J., Kelley C.T. A locally-biased form of the DIRECT Algorithm // Journal of Global Optimization. – 2001. – Vol. 21. – P. 27–37.
20. Коротченко А.Г., Пестова Е.Е. Об использовании параллельного блочного алгоритма в задачах поиска глобального экстремума // Труды 8 Международной конф. «Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах», Изд. КГТУ, Казань, 2008.
21. Günter R. Parallel Approaches to Stochastic Global Optimization In Parallel Computing: From Theory to Sound Practice, W. Joosen and E. Milgrom, Eds., IOS (1992).
22. Lootsma F.A. and Ragsdell K.M. State of the art in parallel nonlinear optimization Parallel Computing 6: 133-155. 1988.
23. Bertsekas D.P. and Tsitsiklis J.N. Parallel and Distributed Computation Prentice Hall Englewood Cliff, 1989.
24. Bormann A. Parallelisierungsmöglichkeiten für direkte Optimierungsverfahren auf Transputersystemen Masters thesis University of Dortmund Chair of System Analysis. 1989.
25. Muhlenbein H., Schomisch M. and Born J. The parallel genetic algorithm as function optimizer // Belew and Booker P. 271-278. San Mateo. 1991.
26. Tanese R. Distributed genetic algorithms. P. 434-439. San Mateo. 1989.