

данного коэффициента сильно влияет дисперсия элементов матрицы стоимости.

Список литературы

1. Рейнгольд Э., Нивергельт Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика. – М.: Мир, 1980.
2. Романовский И.В. Алгоритмы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1977.
3. Головкин Б.А. Расчет характеристик и планирование параллельных вычислительных процессов. – М.: Радио и связь, 1983.

А.В. Сысоев

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ГЛОБАЛЬНОГО ПОИСКА

Специалист-прикладник, ставящий задачу рационального выбора, имеет дело с интересующим его объектом исследований, характеризуемым некоторым выделенным набором параметров и свойствами, которые определенным образом зависят от этих параметров, и целью рационального выбора. Специфицировав характер этих зависимостей в виде набора функциональных характеристик, заданных на пространстве параметров, постановщик получает *модель объекта*, с которой далее и работает специалист по решению задач глобально-оптимального выбора. Задача последнего – формализовать цель рационального выбора, построив на множестве функционалов критерий эффективности и определив, каким ограничениям должны удовлетворять функционалы. При этом типичной является ситуация, когда выбор рационального варианта многокритериален, а значит, критерий эффективности будет векторным. Ситуация усложняется тем, что отнюдь не всегда очевидно, какие функционалы взять в качестве критериев, а сами частные критерии обычно противоречивы. Априорной информации для принятия такого

решения обычно недостаточно, она появляется и накапливается в процессе исследований, приводя к необходимости уточнения постановок задач (смене выбора критериев и ограничений), то есть возникновению *набора задач оптимального выбора*, решать которые требуется *совместно*.

Модель объекта исследований. Как отмечалось выше, формализация исходной задачи рационального выбора ведет, в общем случае, к появлению набора задач оптимального выбора, построенных на основе выбранной и зафиксированной модели объекта исследований.

В процессе постановки конкретных задач оптимального выбора может изменяться векторный критерий эффективности (некоторые частные критерии могут переводиться в функциональные ограничения и наоборот), могут меняться допуски на значения функциональных характеристик, часть параметров может быть зафиксирована или сведена к дискретному набору значений, может быть изменена рассматриваемая область изменения параметров.

В работе предложен способ формального описания указанных постановок на основе математической модели объекта глобально-оптимального выбора, построить которую означает задать:

- вектор параметров $\bar{y}$ и его *размерность* N ;
- векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$, определяющие гиперинтервал $\bar{D}$ возможных значений вектора $\bar{y}$;
- вектор-функцию характеристик (*функционалы*) $w(\bar{y})$ и ее *размерность* n .

При этом для численного решения на основе построенной модели объекта формируются постановки задач оптимального выбора. Формирование таких постановок происходит в два этапа.

На первом этапе определяются множество F , задающее векторный критерий эффективности f , и множество G , определяющее ограничения g .

На втором этапе для сформированного варианта множеств F и G уточняется область поиска и, при необходимости, выделяются параметры, принимающие дискретные значения, то есть

вектор $\bar{y}$ записывается в двухкомпонентном виде $\bar{y} = (y, u)$, а также задаются:

- векторы a и b , определяющие гиперинтервал D возможных значений вектора y ;
- множество наборов значений дискретных параметров U и его размерность M ;
- правило $u(\tau)$, сопоставляющее индексу τ , $1 \leq \tau \leq S$, допустимый кортеж u .

Как следствие, для отражения всех возможных вариантов в работе предложено иерархическое описание объекта исследований (рис. 1), включающее в себя три базовых элемента:

объект оптимизации

$$O = \langle \bar{y}, \bar{D}, w(\bar{y}) \rangle - \quad (1)$$

представляет модель объекта исследований, описывается набором параметров, областью изменения их значений и функциями;

задание оптимизации

$$Z = \langle F, f, G, g, q \rangle - \quad (2)$$

представляет первую часть постановки задачи оптимального выбора, описывается множеством критериев и ограничений;

задача оптимизации

$$z = \langle y, D, u, U \rangle - \quad (3)$$

представляет вторую часть постановки задачи оптимального выбора, описывается областью поиска.

Расширим представленную в (1) модель объекта исследований на случай, когда некоторые входящие в нее функционалы могут быть вычислимы не во всех точках области $\bar{D}$. Указанное обстоятельство нередко встречается в практических задачах, когда при определенных сочетаниях параметров модели, задаваемых, например, компоновочными ограничениями, объект исследований становится неработоспособным или нереализуемым. В этом случае, подав «на вход» модели точку $\bar{y}$, «на выходе» мы получим только часть вычисленных компонент вектор-функции $w(\bar{y})$, таким образом, описание объекта O должно

быть дополнено вектором признаков $\xi^w(\bar{y})$, указывающим для каждого функционала $w_i(\bar{y})$ вычислен он или нет. Назовем такую модель *частично вычислимой*, а модель, для описания которой достаточно (1), – *полностью вычислимой*.

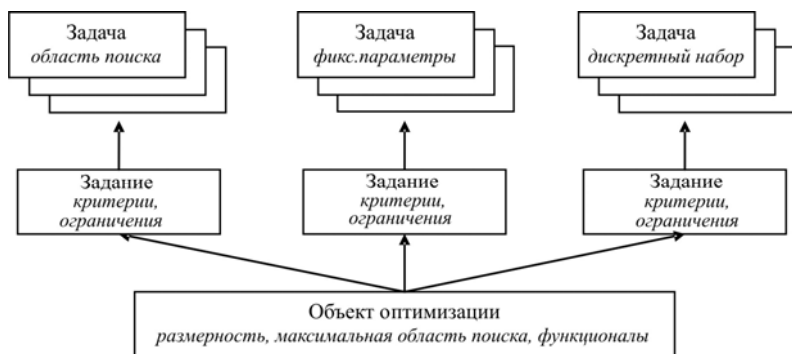


Рис. 1. Иерархическое описание объекта исследований

Для частично вычислимой модели также необходимо определить понятие задания оптимизации, дополнив его векторами признаков ξ^f для описания вычисленных критериев и ξ^g – для описания вычисленных ограничений.

Поисковая информация и оптимизационные данные.

В процессе численного решения конкретной постановки задачи оптимального выбора выполняются итерации, приводящие в конечном счете к выбору очередной точки испытания $\bar{y} = (y, u)$ и вычислению в этой точке значений функционалов $w_1(\bar{y}), \dots, w_n(\bar{y})$. Таким образом, для полностью вычислимой модели происходит накопление множества

$$\Omega = \{(\bar{y}^i, w(\bar{y}^i)) : 0 \leq i \leq k\}, \quad (4)$$

а для частично вычислимой – множества

$$\Omega = \{(\bar{y}^i, w(\bar{y}^i), \xi^w(\bar{y}^i)) : 0 \leq i \leq k\}, \quad (5)$$

где k – число выполненных итераций.

Будем называть множество Ω *поисковой информацией*.

Как уже отмечалось, конкретная постановка задачи оптимального выбора строится на основе модели объекта формированием во введенных терминах задания *оптимизации* (выделением в множестве функционалов критериев эффективности и ограничений) и *задачи оптимизации* (определением области поиска, фиксацией или сведением к дискретному набору значений части параметров).

Переход от модели объекта к заданию оптимизации означает преобразование множества Ω в множество

$$\omega = \left\{ \left(\bar{y}^i, f(\bar{y}^i), \xi^f(\bar{y}^i), g(\bar{y}^i), \xi^g(\bar{y}^i) \right) : 0 \leq i \leq k \right\}. \quad (6)$$

Множество ω будем называть *оптимизационными данными*. При необходимости может быть обеспечено как одновременное хранение множеств Ω и ω , так и хранение только множества ω , поскольку по значениям критериев f , ограничений g и признакам ξ^f и ξ^g значения функционалов w и признаки ξ^w могут быть восстановлены.

Дальнейший переход от задания к задаче оптимизации меняет лишь область допустимых значений для точек $\bar{y}^i$ и преобразует оптимизационные данные к виду

$$\omega = \left\{ \left(y^i, u^i, f(y^i, u^i), \xi^f(y^i, u^i), g(y^i, u^i), \xi^g(y^i, u^i) \right) : 0 \leq i \leq k \right\} \quad (7)$$

Введенные понятия поисковой информации и оптимизационных данных позволяет дополнить иерархическое описание объекта исследований и построить *информационную модель объекта исследований* (рис. 2).

При этом оптимизационные данные, соответствующие разным задачам/заданиям, взаимосвязаны и могут, как отмечено выше, быть использованы при совместном решении набора постановок задач оптимизации.

Общая схема процесса глобального поиска. Построенное *информационное описание* задачи рационального выбора в терминах объекта оптимизации, набора заданий и задач опти-

мизации, а также поисковой информации и оптимизационных данных позволяет сформулировать общую схему процесса глобального поиска, включающую следующие этапы:

- 1) построение задания оптимизации, подготовка оптимизационных данных на основе решенных ранее постановок;
- 2) построение задачи оптимизации, подготовка оптимизационных данных на основе решенных ранее постановок;
- 3) выбор метода глобального поиска;
- 4) выполнение численного решения до получения оценки глобального оптимума, накопление поисковой информации по объекту и оптимизационных данных по текущей постановке;
- 5) анализ полученного решения и, при необходимости, смена постановки либо переходом к этапу 2 (изменение области поиска), либо переходом к этапу 1 (изменение ограничений и критериев).

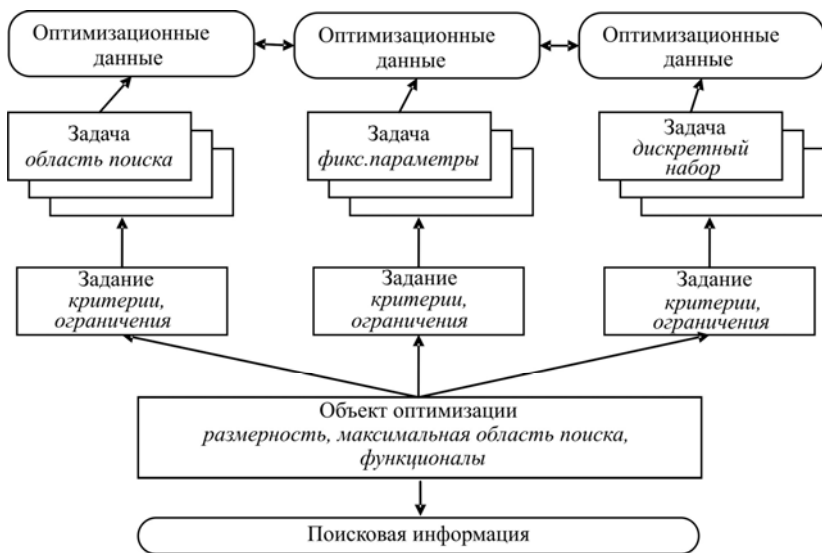


Рис. 2. Информационная модель объекта исследований

Процесс глобального поиска решения исходной задачи рационального выбора итерационен и на практике включает в себя неоднократные уточнения постановок конкретных задач оптимизации по мере накопления информации. Возможность повторного использования накопленных оптимизационных данных при смене постановок означает существенное повышение эффективности поиска решения не только в них, но и во всей задаче рационального выбора в целом.

Параллельные вычисления в процессе глобального поиска. Представленная в работе схема процесса глобального поиска обладает принципиальным параллелизмом на этапах с 1-го по 4-й.

Построив на этапе 1 набор заданий оптимизации и на этапе 2 для каждого из них набор задач оптимизации, далее на этапе 3 все эти постановки можно решать одновременно (параллельно) при наличии достаточного числа исполняющих устройств (процессоров, ядер, ускорителей). Сам процесс численного решения выбранным методом глобального поиска (этап 4) также может быть распараллелен на большинстве входящих в него шагов.

Список литературы

1. Strongin R.G., Sergeyev Ya.D. Global optimization with non-convex constraints. Sequential and parallel algorithms. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000.
2. Городецкий С.Ю., Гришагин В.А. Нелинейное программирование и многоэкстремальная оптимизация: учеб. пособие. – Н. Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 2007.