6. Новичков А. Метрики кода и их практическая реализация в IBM Rational ClearCase. – URL: http://www.ibm.com/developerworks/ru/edu/0108novich/section2.html, 04.08.2008.

7. Петрухин В.А., Лаврищева Е.М. Метрики качества программного обеспечения. – URL: http://www.intuit.ru/ department/se/swebok/10/3.html, 24.09.2008.

В.В.Рябов, С.В.Сидоров

Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КРИВЫХ ПЕАНО С РАСТУЩИМ УРОВНЕМ ДЕТАЛИЗАЦИИ В АЛГОРИТМАХ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ[1]

Данная работа продолжает развитие известного подхода к минимизации многоэкстремальных функций при невыпуклых ограничениях, описанного в работах [1–6] и получившего название *индексного метода* глобальной оптимизации. Подход основан на раздельном учете каждого ограничения задачи и не связан с использованием штрафных функций. При этом решение многомерных задач сводится к решению эквивалентных им одномерных. Соответствующая редукция основана на использовании кривых Пеано (называемых также развертками Пеано), однозначно отображающих единичный отрезок вещественной оси на гиперкуб, а также их обобщений («вращаемые развертки»), которые можно применять при решении задачи на кластерных системах с десятками и сотнями процессоров. Реализован прототип, использующий отображение единичного отрезка на гиперкуб с растущим порядком точности. Приведены результаты экспериментов, позволяющие оценить эффективность прототипа.

Постановка задачи. Рассмотрим задачу глобальной оптимизации вида

$$\varphi^*=\varphi(y^*)=\min\{\varphi(y):\ y\in D,\ g_j(y)\le 0,\ 1\le j\le m\}, \qquad (1)$$

[1] Работа выполнена при поддержке совета по грантам Президента Российской Федерации (грант № МК-1536.2009.9).

$$D=\{y\in R^N:\ a_i\le y_i\le b_i,\ 1\le i\le N\},$$

где целевая функция $\varphi(y)$ и левые части ограничений $g_j(y), 1\le j\le m$, удовлетворяют условию Липшица с соответствующими константами $L_j, 1\le j\le m+1$, а именно

$$\left| g_j(y_1)-g_j(y_2)\right| \le L_j|y_1-y_2|,\ 1\le j\le m+1,\ y_1,y_2\in D.$$

Используя кривые типа развертки Пеано $y(x)$, однозначно отображающие отрезок $[0,1]$ на N-мерный гиперкуб D

$$D=\{y\in R^N:\ -2^{-1}\le y_i\le 2^{-1},\ 1\le i\le N\}=\{y(x):\ 0\le x\le 1\},$$

исходную задачу можно редуцировать к следующей одномерной задаче:

$$\varphi(y(x^*))=\min\{\varphi(y(x)):\ x\in[0,1],\ g_j(y(x))\le 0,\ 1\le j\le m\}.$$

Такая схема редукции размерности сопоставляет многомерной задаче одномерную, в которой соответствующие функции удовлетворяют равномерному условию Гельдера [1], а коэффициенты Гёльдера K_j связаны с константами Липшица L_j исходной задачи соотношениями $K_j\le 4L_j\sqrt{N}$.

Различные варианты индексного алгоритма для решения одномерных задач и соответствующая теория сходимости представлены в работах [1, 4, 6].

Использование множественных отображений (вращаемые развёртки). Редукция многомерных задач к одномерным с помощью разверток имеет такие важные свойства, как непрерывность и сохранение обобщённой липшицевости. Однако при этом происходит потеря части информации о близости точек в многомерном пространстве, так как точка $x\in[0,1]$ имеет лишь левых и правых соседей, а соответствующая ей точка $y(x)\in R^N$ имеет соседей по 2^N направлениям. Как результат, в одномерной задаче может иметь место эффект расщепления глобального оптимума, что, естественно, ухудшает свойства одномерной задачи.

Сохранить часть информации о близости точек позволяет использование множества отображений вместо применения единственной кривой Пеано [3, 5]. Каждая кривая Пеано может быть получена в результате поворота на угол $\pm\pi/2$ в каждой из координатных плоскостей. Число подобных поворотов определяется числом координатных плоскостей пространства, а общее число преобразований будет равно $N(N-1)$.

Развёртки растущего уровня детализации. Изложенные ранее подходы, сохраняющие часть информации о близости точек, используют множественные отображения, основанные на аффинных преобразованиях (смещениях, поворотах) исходного отображения. Однако следует отметить, что потеря информации о близости точек усугубляется и вместе с ростом детализации развёртки.

Предлагаемая в данной работе модификация способна дополнять подходы на основе множественных отображений. Модификация состоит в том, чтобы выполнять поиск сначала на «грубой» сетке и постепенно увеличивать детализацию развертки, тем самым усложняя получаемую одномерную целевую функцию $\varphi(y_m(x))$ –> $\varphi(y_{m+1}(x))$ и увеличивая предельную точность поиска. При этом необходимо определить правило перехода на следующий уровень детализации. Очевидными условиями перехода служат:

1) достижение такой точности поиска, что при текущем m две различные точки гиперкуба сливаются в одну на отрезке;

2) остановка по общей заданной точности ε для всех подзадач.

Процедура перехода от задачи с порядком развёртки m к задаче с порядком развёртки $m+1$ требует также пересчёта координат каждой точки испытания на отрезке и вычисления оценки константы Гёльдера для новой целевой функции $\varphi(y_{m+1}(x))$. Из способа построения фрактального преобразования на основе кривой Пеано вытекает такое его свойство, что порядок точек испытаний на отрезке не меняется, поэтому переупорядочивание их в памяти не требуется, что существенно упрощает процедуру перехода на новый уровень детализации.

Результаты экспериментов. Для наиболее полного сравнения методов может быть использован аппарат операционных характеристик, предложенный В.А. Гришагиным [1]. Операционная характеристика метода – это кривая, показывающая зависимость числа решённых задач из определённого класса от числа испытаний.

Рисунок показывает операционные характеристики, построенные на функциях Гришагина (размерность которых $N = 2$), для последовательного глобального метода с фиксированным и растущим уровнями детализации, изображённые пунктирной и сплошной линиями соответственно.

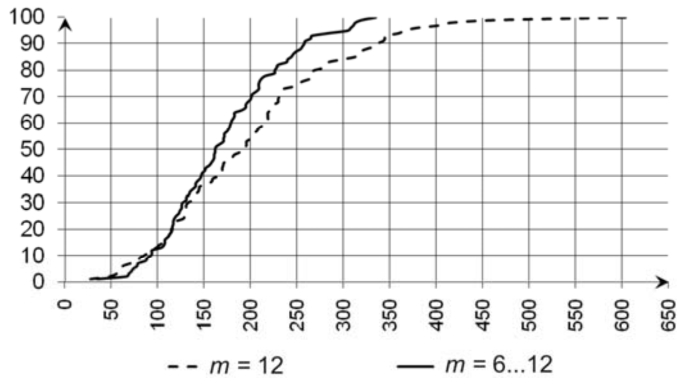

Рис. Операционные характеристики на функциях Гришагина

Значительная часть операционной характеристики для метода с растущим уровнем детализации лежит выше и левее, что убедительно доказывает эффективность предложенного подхода: при решении 100 % задач (верхние точки операционных характеристик) выигрыш по числу испытаний составляет 604/335 = 1,8 раза.

В рамках данной работы реализован прототип модификации последовательного индексного метода с растущим уровнем детализации развёрток, который дополняет другие подходы, улучшающие сходимость. Проведено исследование эффективности предложенной модификации. Результаты наглядно подтверждают ускорение сходимости. Эксперименты проведены с помощью системы глобальной оптимизации Global Expert, разработаной в ННГУ им. Н.И. Лобачевского.

Список литературы

1. Стронгин Р.Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах (Информационно-статистические алгоритмы). – М.: Наука, 1978.

2. Стронгин Р.Г. Поиск глобального оптимума. – М.: Знание, 1990.

3. Стронгин Р.Г. Параллельная многоэкстремальная оптимизация с использованием множества разверток // Вычисл. матем. и матем. физ. – 1991. – Т.31. № 8. – С. 1173–1185.

4. Стронгин Р.Г., Баркалов К.А. О сходимости индексного алгоритма в задачах условной оптимизации с ε-резервированными решениями // Математические вопросы кибернетики. – М.: Наука, 1999. – С. 273–288.

5. Strongin R.G., Sergeyev Ya.D. Global optimization with non-convex constraints. Sequential and parallel algorithms. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000.

6. Баркалов К.А. Ускорение сходимости в задачах условной глобальной оптимизации. – Н. Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 2005.

7. Баркалов К.А., Сидоров С.В., Рябов В.В. Параллельные вычисления в задачах многоэкстремальной оптимизации // Вестн. ННГУ. Математическое моделирование и оптимальное управление. – Н. Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та. – № 6(1), 2009. – С. 171–177.

В.А. Сапрыкин

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

РЕАЛИЗАЦИИ АДАПТИВНОГО АЛГОРИТМА ВЫЧИТАНИЯ ФОНА: ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ, ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ, OpenCL-РЕАЛИЗАЦИЯ ДЛЯ GPU

С задачи отделения фона от переднего плана в видеопотоке начинаются многие алгоритмы машинного зрения [3]. Адаптивный алгоритм вычитания фона [1, 2], использующий смесь гауссианов, способен достаточно эффективно сегментировать изображение в условиях изменчивого заднего плана. Однако его производительность на современных настольных компьютерах зачастую не позволяет работать в реальном времени. Цель на-