

О распараллеливании алгоритма решения задач многошаговой оптимизации по схеме Беллмана

К.О. Боченина, А.В. Духанов, О.Н. Медведева

Владимирский государственный университет
salpica@ya.ru, avd@vlsu.ru, onp85@mail.ru

В современных условиях, характеризующихся непостоянством и частыми изменениями, актуально применение инновационных методов управления, в частности, имитационного моделирования, многошаговых методик поиска оптимального управления. Одним из важнейших преимуществ таких методов является то, что оценить последствия того или иного принятого решения можно с помощью созданной модели, а не сразу на реальном объекте.

Управление поведением системы (выбор управленческого решения) производится с помощью контролируемых факторов, выбранных из перечня параметров при построении модели.

В частности, в качестве многошаговых методик поиска оптимального управления широко применяется динамическое программирование. В задачах динамического программирования предусматриваются изменения системы в течение периода исследования. Данный период разбивается на этапы, на каждом из которых отдельно вычисляются значения контролируемых факторов, а критерий эффективности суммируется. Суть задачи динамического программирования состоит в том, что необходимо найти такие значения контролируемых факторов на всех этапах периода, чтобы сумма значений критерия на каждом шаге была оптимальной. На каждом этапе, для каждого состояния с помощью некоторого метода оптимизации необходимо найти такие значения факторов, для которых сумма значений критерия на текущем и последующих этапах (шагах) является оптимальной.

Классическим примером задачи поиска оптимального управления для систем с дискретным временем является задача распределения ресурсов. В наиболее общей формулировке такой задачи система имеет основной ресурсный фонд, средства из которого распределяются по n направлениям для получения некоторой эффективности. Критерий эффективности представляет собой функцию от эффективностей по каждому из направлений. Основной фонд текущего периода формируется в зависимости от эффективности предыдущего этапа.

Решение задач условной нелинейной оптимизации по схеме Беллмана имеет большую вычислительную емкость из-за того, что на каждом этапе необходимо перебирать возможные значения состояний системы. Количество возможных значений состояний системы зависит от количества параметров и может достигать миллионов и более. Таким образом, при увеличении размерности векторов контролируемых факторов в критерии эффективности резко возрастают требования к вычислительным мощностям. Многопроцессорные вычислительные системы позволяют уменьшить расчетное время задачи, но для этого необходимо разработать параллельный алгоритм решения поставленной задачи.

Теперь рассмотрим, как распараллелить решение задачи динамического программирования. Очевидно, что с позиции скорости «узким» местом в схеме Беллмана является перебор состояний. Данный перебор можно распараллелить.

Пусть m_i , $i = \overline{1, n}$ – количество возможных значений i -го параметра, характеризующего состояние. Возможные значения параметров на текущем шаге можно представить в виде n -мерного параллелепипеда. Количество возможных значений параметров

составит $D = \prod_{i=1}^n m_i$. Для распределения вычислений по процессам выполним взаимно-однозначное отображение узлов параллелепипеда в элементы массива. Размерность массива – $[1, D]$. Пусть p – количество доступных вычислительных узлов в суперкомпьютере. Распределим полученный массив по вычислительным узлам для расчетов. Количество элементов массива, обрабатываемых одним узлом, будет составлять $c = \left\lceil \frac{D}{p} \right\rceil + 1$. Очевидно, что узел с номером p будет обрабатывать меньшее число элементов.

Таким образом, обработку возможных состояний (поиск условно-оптимальных значений контролируемых факторов на текущем этапе) можно проводить одновременно на нескольких вычислительных устройствах, значительно ускоряя вычислительных процесс. [1]

Литература

1. Духанов, А.В. Решение задач динамического программирования по схеме Беллмана с применением параллельного программирования/ А.В. Духанов, О.Н. Позднякова, В.Г. Прокошев, И.А. Федоров. Труды Всероссийской научной конференции «Научный сервис в сети Интернет: решение больших задач», г. Новороссийск, 22-27.09.2008, стр.297-299.