

Применение многосеточной технологии к задачам конечно-элементного моделирования жесткопластических материалов при обработке давлением

А.А. Рассказов

Московский государственный индустриальный университет (МГИУ)
arasskazov@gmail.com

Введение

Программный комплекс Forming [1], являющийся разработкой кафедры «Машины и технологии обработки металлов давлением» МГИУ, нацелен на моделирование пластического течения металлов при обработке давлением (ОМД) в двумерной постановке. Расчётный модуль Forming представляет последовательную реализацию модели контактного взаимодействия жесткопластической заготовки с поверхностью жесткого штампа с учетом трения методом конечных элементов.

Не смотря на то, что широкий круг задач может быть решен сведением к двумерным плоским и осесимметричным постановкам, разработка эффективных методов и программного обеспечения компьютерного моделирования течения металла в общей пространственной постановке является весьма актуальной для ряда практических приложений задач. Подходы и алгоритмы, используемые в Forming, могут быть обобщены на пространственный случай, но при этом число неизвестных дискретной модели существенно возрастает, задача переходит в разряд задач большой размерности. Более подробное описание алгоритмов, реализованных в Forming, изложено в [2,3].

Отметим, что в процессе итерационного решения задачи возникает необходимость многократного решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с сильно разреженной симметричной чрезвычайно плохо обусловленной матрицей коэффициентов большой размерности. Для решения этой задачи в программном комплексе Forming применен прямой метод.

Прямые методы решения СЛАУ являются надежными методами, позволяющими получить решение за конечное число операций, но известно, что такие алгоритмы имеют не лучшую асимптотическую сложность и плохо масштабируемы. Поэтому для решения задач большой размерности предпочтительней использовать итерационные методы решения СЛАУ, например, крыловские итерационные методы с переобуславливанием. Многосеточные решатели зарекомендовали себя как надежные и масштабируемые методы решения СЛАУ, возникающих вследствие конечно-элементных дискретизаций.

Данная работа посвящена описанию одного из вариантов построения итерационного метода решения большой СЛАУ с многоуровневым переобуславливателем и результатов его применения к жесткопластическому конечно-элементному моделированию течения металла.

Особенности модели

Можно выделить следующие особенности применяемой конечно-элементной жесткопластической модели контактного взаимодействия:

- 7) задача решается в скоростях;
- 8) применяется пошаговая процедура (явная схема) [4];
- 9) используется прямой метод учета контактного взаимодействия [2,3,5];
- 10) на каждом шаге решается задача минимизации (методом Ньютона) нелинейного

функционала баланса мощности $\int \sigma \delta \varepsilon dV + \int K \delta \varepsilon_0 dV = \int f_s \delta u_s dS$, где $K \gg 1$ [3];

большая положительная константа K - следствие использования метода штрафных функций для учета условия несжимаемости и причина чрезвычайно плохой обусловленности матрицы жесткости;

11) подавляющее большинство процессов промышленного формоизменения характеризуется неоднородностью пластической деформации: присутствуют очаги пластической деформации и мертвые зоны, что в свою очередь также отрицательно сказывается на обусловленности матрицы жесткости;

12) Матрица жесткости – симметричная положительно определенная; возможно близка к сингулярной.

Сама по себе модель довольно проста, как и в интерпретации, так и в реализации; и при этом, как показывает практика, дает результаты с приемлемой для инженерных расчетов точностью.

Наиболее популярным методом решения СЛАУ с симметричной положительно определенной матрицей является метод сопряженных градиентов с переобуславливанием. Количество итераций напрямую зависит от числа обусловленности матрицы. От качества переобуславливания зависит общее время решения СЛАУ.

В работе [6] изложены результаты применения модификаций переобуславливателя Якоби и метода подструктур в качестве метода декомпозиции области. Авторы проводили тестирование параллельной реализации на относительно небольшой модельной задаче и небольшом количестве узлов (до 32). Была отмечена неудовлетворительная скорость сходимости, а также плохая масштабируемость испытываемых методов.

В работе [7] разработана и применена безматричная (матрица жесткости не формируется явно) версия нелинейного метода сопряженных градиентов для минимизации функционала баланса мощности. Такой подход является наиболее эффективным в плане использования оперативной памяти, но крайне не эффективным по скорости сходимости.

Довольно большое количество работ посвящено описанию опыта использования метода сопряженных градиентов, переобусловленного при помощи неполной факторизации Холецкого. Данные переобуславливатели обеспечивают приемлемую скорость сходимости метода сопряженных градиентов. Как и прямые методы, методы неполной факторизации плохо поддаются распараллеливанию, плохо масштабируемы. Например, в работе [8] используется модифицированный метод неполной факторизации Холецкого для переобуславливания в методе сопряженных градиентов.

В работах [9,10] описываются особенности применения многосеточной технологии для решения задач моделирования формоизменения. Для решения СЛАУ был использован алгебраической многосеточной (многоуровневый) решатель: использован V-цикл, на самом грубом уровне использовался прямой метод, а сглаживание осуществлялось при помощи метода Гаусса-Зейделя. Авторы отмечают хорошую надежность, скорость сходимости и масштабируемость применяемого решателя.

Предлагаемый метод решения СЛАУ

Предлагается использовать переобусловленную при помощи алгебраического многосеточного (многоуровневого) метода сглаженной агрегации итерацию метода сопряженных градиентов с исчерпыванием [13,14]. Исчерпывание использовано для исключения собственных мод, отвечающих маленьким, близким к 0, собственным значениям. Отметим, что спектральная информация о предобусловленной матрице, необходимая для исчерпывания, получается естественным образом в процессе итераций метода сопряженных градиентов.

Для повышения масштабируемости на вычислительных кластерах в многосеточном методе сглаживающая итерация Гаусса-Зейделя заменена на чебышевский полиномиальный переобуславливатель [11].

Краткое описание эксперимента

Был реализован прототип системы компьютерного моделирования операций формоизменения при ОМД в общей трехмерной постановке (рабочее название MeFoS – the Metal Forming Simulator). Для реализации конечно-элементной модели и ее решателя применен объектно-ориентированный подход (язык C++); реализация осуществлена с использованием библиотеки численного анализа Trilinos [12].

Для апробации предложенного метода проводился расчет задачи о вытяжке цилиндрического изделия из листовой круглой заготовки (на рисунке 1 представлен чертеж плоского сечения осесимметричной геометрии задачи).

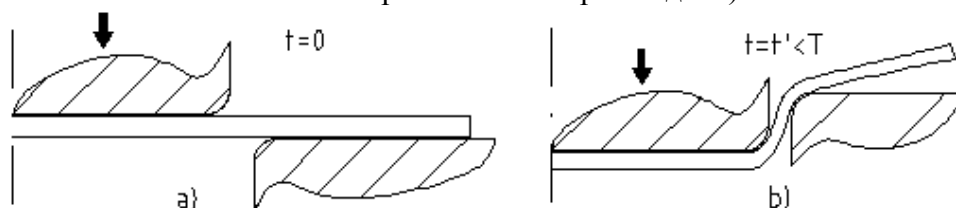


Рисунок 2

Отметим, что геометрия штампа (радиуса скругления, вертикальный зазор между подвижным и неподвижным инструментами) были выбраны такими, чтобы процесс деформации был устойчивым (в данном процессе возможна локализация деформаций под действием растягивающих напряжений вблизи контактных зон на радиусах). Картина деформации в процессе вытяжки не однородна: в части под подвижным инструментом образуется застойная зона. Свободная часть заготовки (фланец) поднимается от поверхности неподвижного инструмента в процессе деформации. На радиусе неподвижного инструмента – активный контакт с проскальзыванием при учете трения.

Для дискретизации заготовки была использована сетка восьмиузловых конечных элементов, состоящая из 10^5 узлов, каждый из которых имеет 3 степени свободы (3 компоненты вектора узловой скорости).

Вычисления проводились на учебном кластере МГИУ. Было использовано 24 бездисковых узла с процессорами Intel Core 2 Duo E4500 (2.2GHz) и 1Gb оперативной памяти соединенными локальной сетью (FasrEthernet); операционная система GNU/Linux (Scientific Linux 5.3).

Некоторые результаты эксперимента

На рисунке 2 изображен график зависимости количества итераций предложенного метода, необходимых для решения СЛАУ с точностью 10^{-6} , от номера ньютоновской итерации на фиксированном промежуточном шаге по времени, схематично изображенном на рисунке 1б. Красным цветом отображен график для метода сопряженных градиентов, переобусловленного чистой сглаженной агрегацией; синим – график для переобусловленного методом сглаженной агрегации метода сопряженных градиентов с исчерпыванием.

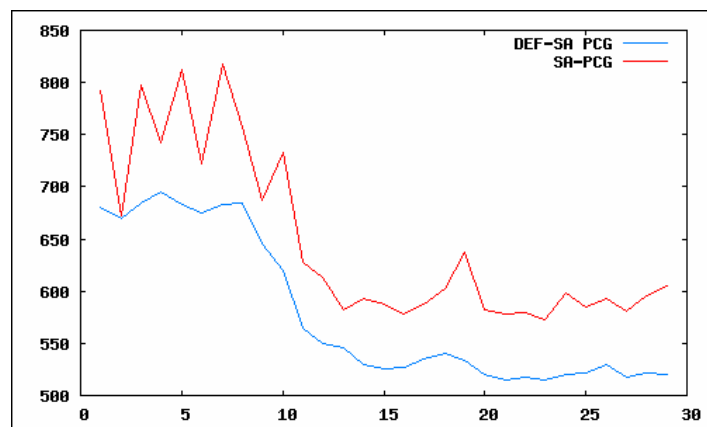


Рисунок 3

Отметим, что зависимость отраженная на графике типична для всех шагов по времени.

Заключение

Разработан и апробирован перспективный метод итерационного решения плохообусловленных СЛАУ, возникающих при конечно-элементном решении задачи контактного взаимодействия жесткопластического и абсолютно твердых тел. Метод основан на применении переобусловленного метода сопряженных градиентов. Сам переобуславливатель - есть комбинация многоуровневого метода сглажено агрегации (с чебышевским полиномиальным сглаживанием) и исчерпывания.

Среди направлений для дальнейших исследований выдвинем следующее: исследовать особенности применения других переобуславливателей вместо сглаженной агрегации (например, балансирующего переобуславливателя типа Неймана-Неймана); исследовать альтернативные реализации многосеточного(многоуровневого) переобуславливателя; исследовать возможность реализации безматричных алгоритмов метода конечных элементов; реализация оптимизированной версии расчетного модуля MeFoS на основе выбранного в результате анализа решателя.

Что касается предложенного в данной работе метода, то наблюдается тенденция: обусловленность матрицы жесткости падает после некоторого количества ньютоновских итераций на текущем шаге по времени. В связи с чем, весьма перспективным может оказаться отказ от исчерпывания и переход от итераций метода сопряженных градиентов к чебышевским итерациям [15,16]. Апробация данного метода также актуальна.

Литература

1. Программный комплекс для моделирования двухмерных процессов пластического течения при обработке металлов давлением. Свидетельство отраслевой регистрации разработки. / А.В. Власов, Н.А. Шестаков, В.Н. Субич, В.А. Демин // Министерство образования РФ. - ОФАП. - Номер гос.рег. 50200400053.
2. Расчет и проектирование процессов объемной и листовой штамповки : учеб. пособие для вузов Субич В.Н., Шестаков Н.А., Демин В.А. и др М.: МГИУ, 2007.
3. В.А. Демин. Проектирование процессов толстолистовой штамповки на основе прогнозирования технологических отказов. - М.: Машиностроение-1, 2002.
4. А.В. Власов. Применение пошагового метода при решении нестационарных задач пластического течения. // Вестник МГТУ. Сер. Машиностроение. №2. 1991. с.13-18.
5. В.С. Давыдов, Е.Н. Чумаченко. Метод реализации модели контактного взаимодействия в МКЭ при решении задач о формоизменении сплошных сред. //

Механика твердого тела. №4. 2000.

6. S. Y. Kim, Y. T. Im. Parallel processing of 3D rigid-viscoplastic finite element analysis using domain decomposition and modified block Jacobi preconditioning technique. // Journal of Materials Processing Technology. Volume 134, Issue 2, Pages 254-264.
7. K. Mori, Y. Otomoa, H. Yoshimurab. Parallel processing of 3D rigid-plastic finite element method using diagonal matrix. // Journal of Materials Processing Technology. Volume 177, Issues 1-3, Pages 63-67.
8. Z. Y. Jiang, A. K. Tieu. Modelling of the rolling processes by a 3-D rigid plastic/viscoplastic finite element method with shifted ICCG method. // Computers & Structures. Volume 79, Issue 31, Pages 2727-2740.
9. F. Schmid, M. Schäfer. Investigation of Enhancements in Incremental Forming Simulations using Algebraic Multigrid and Schur Complement Methods. // 13th Copper Mountain Conference on Multigrid Methods .Copper Mountain, Colorado, USA, 2007.
10. F. Schmid, M. Schäfer. Performance of Algebraic Multigrid Methods for Simulation of Incremental Forming Processes. // 8th European Multigrid Conference, Delft, The Netherlands, 2005.
11. M. Adams, M. Brezina, J. Hu, R. Tuminaro. Parallel multigrid smoothing: polynomial versus Gauss–Seidel. J. Comput. Phys., 188(2)593–610, 2003.
12. M. Heroux, R. Bartlett, V. Howle, R. Hoekstra, J. Hu, T. Kolda, R. Lehoucq, K. Long, R. Pawlowski, E. Phipps, A. Salinger, H. Thornquist, R. Tuminaro, J. Willenbring, A. Williams. An Overview of Trilinos. // Technical report. Sandia National Laboratories, 2003.
13. Y. Saad, M. Yeung, J. Erhel, F. Guyomarch. A Deflated Version of the Conjugate Gradient Algorithm. // SIAM Journal on Scientific Computing, Volume 21 , Issue 5, 2000.
14. Л. Ю. Колотилина, “Переобуславливание систем линейных алгебраических уравнений с помощью двойного исчерпывания. I. Теория”, Численные методы и вопросы организации вычислений. XI, Зап. научн. сем. ПОМИ, 229, ПОМИ, СПб., 1995, 95–152.
15. С.В. Шешенин, И.С.Кузь. О прикладных итерационных методах. // Вычислительная механика твердых тел. М.: №1, 1990. с.63-74.
16. S. V. Sheshenin, "On Gradient-Chebyshev Iterative Method", International Conference IMMB'98, Catholic University of Nejmegen, Netherlands, 1998.