

Параллельный алгоритм расчета поверхностного стока с учетом рельефа склона

К.Г. Журенко, М.Ю. Нестеренко

Оренбургский государственный университет

Проблема расчетов стока является центральной в гидрологии суши. Эти расчеты необходимо проводить при проектировании водохранилищ, отводе вод от сооружений в период их строительства, расчете затопления пойм и лиманов, пропуске высоких вод через дорожные и другие искусственные сооружения. Неверный или неточный прогноз может привести к значительным финансовым потерям. Именно поэтому исследования в этой области относятся к фундаментальным задачам и проводятся уже десятки лет [1].

Задачу расчета стока можно сформулировать следующим образом: рассчитать модуль стока, расходные статьи водного баланса и изменение запаса влаги в подзоне активного водообмена (ПЗАВ). В реальной ситуации склон редко бывает прямоугольный в плане. Чаще всего, данные по рельефу местности задаются с помощью карты горизонталей. Поэтому первоочередная задача – разбить исходную произвольную поверхность на множество типовых площадок. Существует множество способов подобного разбиения: триангуляция (разбиение на треугольники), разбиение на прямоугольные площадки, разбиение на сектора и т.д. Дальнейшая задача - расчет стока на каждой полученной при разбиении площадке и генерализации результатов для всей поверхности в целом.

В практических расчетах встречается большое многообразие рельефа, типов почв, условий стока, параметров водного баланса в пределах рассматриваемой поверхности. Чем больше площадь рассматриваемого участка поверхности и степень различия ее географических и гидрологических параметров, тем большая точность требуется при разбиении такой поверхности. Рассмотрим в качестве примера типа разбиения триангуляцию Делоне. Наиболее эффективные алгоритмы триангуляции Делоне имеют вычислительную сложность до $O(N^2)$. Каждая изолиния уровня, задающая поверхность, содержит от миллиона точек и более. В среднем, на разбиение одной изолинии на треугольники и расчет поверхностного стока на ней затрачивается около 10 минут на ПК класса P-IV с частотой процессора 3 ГГц. Учитывая то, что поверхность, как правило, содержит более одной изолинии, время, затрачиваемое на выполнение алгоритма, может быть неприемлемо большим для однопроцессорных систем. В этом случае необходимо распараллеливание алгоритма, для его последующего использования на высокопроизводительных системах с множеством процессоров.

Рассмотрим методы решения задачи расчета стока для прямоугольной и унимодальной осесимметричной поверхностей.

Исходные данные для расчетов:

1. Карта горизонталей исследуемой территории
2. Карта типов почв (поверхностей) исследуемой территории.
3. Вспомогательные таблицы инфильтрации, испарения в зависимости от типов почв (поверхностей).

Расчет стока для прямоугольной поверхности

Стеkanie происходит по направлению оси ОХ. Для решения задачи воспользуемся уравнением баланса поверхностного стока[2]:

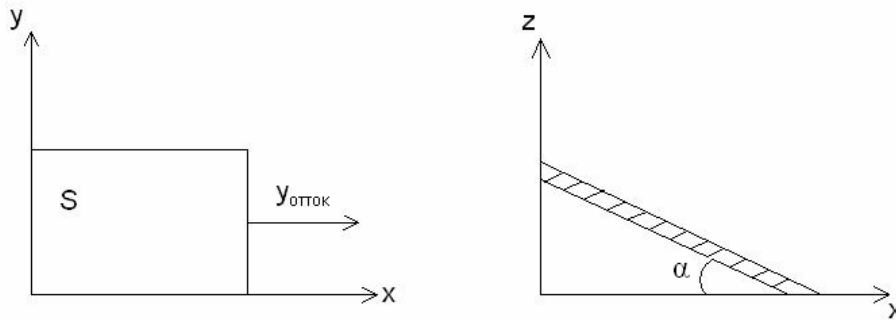


Рисунок 1. Прямоугольная в плане поверхность стока.

$$A_3 + A_B = \Phi_{\Pi} + E + Y_{от}, \quad (1)$$

где

A_3 – слой зимних осадков (м) – задается;

A_B – слой осадков за время снеготаяния (м) – задается;

Φ_{Π} – слой инфильтрационной воды (м) – вычисляется по формуле $\Phi_{\Pi} = K_{\phi} * t$,

где K_{ϕ} – коэффициент инфильтрации, t – время инфильтрации. Рассчитывается;

E – слой суммарного испарения с поверхности (м) – вычисляется по формуле

$E = K_{и} * t$, где $K_{и}$ – коэффициент испарения, t – время испарения. Рассчитывается;

$Y_{от}$ – слой стока (оттока) воды с площадки (м). Рассчитывается;

Также используется формула

$$M_{A1} = M_{A2} + \Phi_{\Pi}, \quad (2)$$

где

M_{A2} – слой влаги в ПЗАВ (м) в конце расчетного периода – то есть по прошествии времени t . Задается;

M_{A1} – слой влаги в ПЗАВ (м) в начале расчетного периода. Задается;

Исходя из заданных ($A_3, A_B, M_{A2}, M_{A1}, K_{\phi}, K_{и}, t$) и рассчитанных (Φ_{Π}, t) величин определяем:

$Y_{от} = A_3 + A_B - \Phi_{\Pi} - E$ – отток (сток) с площадки.

$\Delta M_A = M_{A2} - M_{A1}$ – изменение запасов влаги в ПЗАВ.

Обозначим площадь ортогональной проекции площадки через S , площадь самой прямоугольной площадки через F . Тогда

$$F = \frac{S}{\cos(\alpha)}, \quad (3)$$

где α – угол наклона прямоугольной площадки.

На основании формул (1), (3) определяем модуль стока по формуле:

$\Omega = \frac{Y_{от}}{F * t}$. Полученные выходные данные корректно решают поставленную задачу.

Расчет стока для прямоугольного в плане склона, разбитого на n площадок.

Каждая стоковая площадка S_i , $i = 1, 2, \dots, n$ приближается стандартным прямоугольником и расположена под углом наклона α_i . Нормальный вектор каждой стоко-

вой площадки лежит в плоскости, ортогональной плоскости нулевого уровня – следовательно, стекание воды происходит в положительном направлении оси ОХ.

Для каждой стоковой площадки S_i проводится соответствующий расчет:

$$Y_{\text{пр}i} + A_{3i} + A_{Bi} = \Phi_{\text{пи}} + E_i + Y_{\text{от}i}, \quad (4)$$

$$M_{Ai} = M_{A2i} + \Phi_{\text{пи}}, \quad (5)$$

$$Y_{\text{от}i} = Y_{\text{пр}(i+1)}, \quad (6)$$

где $Y_{\text{пр}i}$ – слой притока воды на площадку S_i с вышележащей площадки S_{i-1} . Величины A_{3i} ; A_{Bi} ; $\Phi_{\text{пи}}$; E_i ; M_{A2i} ; M_{Ai} ; $K_{\text{пи}}$ имеют тот же самый смысл, что и в алгоритме 1 для соответствующего прямоугольника (стоковой площадки) S_i . Дополнительное соотношение $Y_{\text{от}i} = Y_{\text{пр}(i+1)}$ означает, что отток с площадки S_i есть приток на площадку S_{i+1} . Отток с последней площадки и есть результирующий сток с прямоугольного в плане склона.

Дальнейший расчет модуля стока со всего склона и интегральные показатели расходных статей баланса, а также изменение запасов влаги в ПЗАВ выполняется аналогично методике, изложенной выше.

Обобщим эту методику на унимодальную осесимметричную поверхность.

Соотношение $Y_{\text{от}i} = Y_{\text{пр}(i+1)}$ верно лишь в том случае, когда площадь всех стоковых площадок одинакова. Исходя из этого, разобьем поверхность в плане на m concentric rings of equal area (рисунок 2).

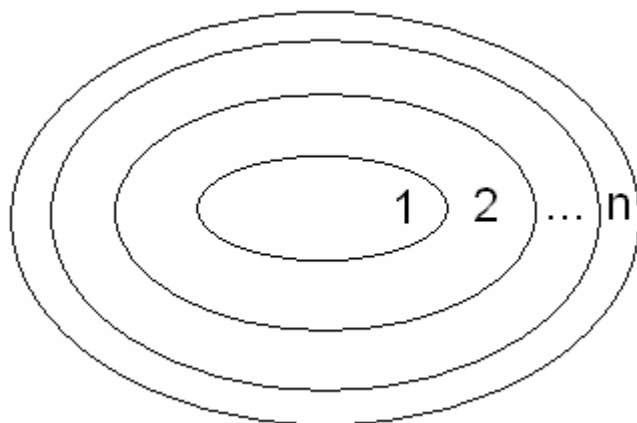


Рисунок 2. Унимодальная осесимметричная поверхность.

Разобьем данную поверхность на n секторов с равными углами (рисунок 3). Тогда в пределах каждого сектора получим m участков одинаковой площади.

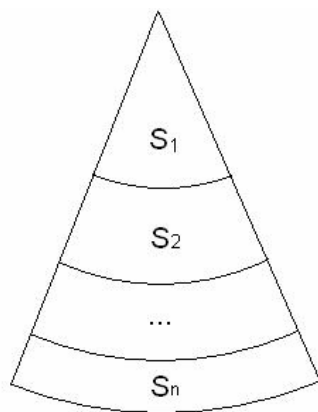


Рисунок 3. Сектор унимодальной осесимметричной поверхности.

Мы рассматриваем ситуацию, когда речной сток не имеет уклона в сторону от выбранного направления оси, каждая площадка не имеет потерь слоя оттока воды, то есть равенство $Y_{OTi} = Y_{PP(i+1)}$ верно для любых i , при условии, что площади стоковых площадок равны между собой. Следовательно, форма стоковых площадок не имеет значения. Принципиальное значение для решения поставленной задачи имеет лишь их площадь. Исходя из этого, для случая с унимодальной осесимметричной также справедливы уравнения (4), (5) и (6).

Для каждой стоковой площадки проводится расчет, аналогичный рассмотренному выше. Площади S_i легко подсчитать, зная количество секторов m и количество концентрических колец n .

Для того, чтобы вычислить сток воды со всей унимодальной осесимметричной поверхности, нужно повторить эти вычисления для каждого сектора. В этом случае справедлива формула:

$$\Omega = \sum_{i=1}^m \frac{Y_{OTi}}{S_i \cdot t},$$

где Y_{OTi} - слой оттока воды с последней стоковой площадки i -го сектора, S_i - площадь крайней стоковой площадки i -го сектора, t - время стока.

Рассмотренные методики расчета модуля стока, расходных статей водного баланса и изменения запаса влаги в ПЗАВ подразумевают обобщение на поверхность произвольной формы за счет дифференциации участков и сведения их к типовым.

Итак, как было сказано выше, задачу расчета стока можно условно разделить на следующие этапы:

1. Разбиение заданной произвольной поверхности на типовые участки.
2. Расчет стока для каждого из участков.
3. Генерализация полученных результатов для всей поверхности в целом.

Реализация каждого из этапов вручную представляет собой непростую и трудоемкую задачу. Очевидна необходимость создания специального программного продукта, позволяющего их автоматизировать.

Теперь более подробно рассмотрим вычислительную сложность алгоритма нахождения поверхностного стока. Очевидно, что рассмотренный выше алгоритм имеет константную сложность для одной элементарной стоковой площадки, то есть затрачивает постоянное время на расчет стока вне зависимости от входных данных (типа и площади площадки, параметров водного баланса).

Рассмотрим полосовой алгоритм триангуляции, как наиболее удобный для распараллеливания[4]. Основная идея *полосовых алгоритмов слияния* предполагает разбиение всего исходного множества точек на некоторые полосы и применение быстрого алгоритма получения невыпуклой триангуляции полосы точек. Полученные частичные полосовые триангуляции объединяются. Таким образом, каждый поток может работать отдельно со своей полосой. Количество полос определяется по формуле $m = \sqrt{s \cdot (a/b) \cdot N}$, где s – коэффициент разбиения на полосы, на практике значение s следует взять $\approx 0,1-0,15$, a и b – ширина и высота прямоугольной области, на которой заданы точки, соответственно. Следовательно, для прямоугольной области количество точек, на которых будет строиться триангуляция, в среднем уменьшается в $m = \sqrt{\frac{N}{8}}$ раз. Тогда вычислительная сложность алгоритма в среднем случае составит $O(\sqrt{N})$. Далее, после разбиения поверхности, поток будет рассчитывать модуль поверхностного стока для каждой полосы. Главному потоку останется только сложить результаты работы остальных потоков. Это позволит существенно сократить время выполнения алгоритма.

В процессе работы была разработана программа, реализующая алгоритм триангуляции заданной изолинии рельефа и осуществляющая для нее расчет поверхностного стока.

Литература

1. Виноградов Ю. Б. Математическое моделирование процессов формирования стока: монография. - Л. : Гидрометеиздат, 1988. – 312 с. – 1150 экз. - ISBN 5-286-00017-7
2. Гельфан А. Н. Динамико-стохастическое моделирование формирования талого стока: монография / А. Н. Гельфан . - М. : Наука, 2007. - 279 с. - Библиогр.: с. 265.. - ISBN 978-5-02-033651-3
3. В.В.Воеводин, Вл.В.Воеводин Параллельные вычисления - СПб.: БХВ-Петербург, 2002. - 608 с. - 3000 экз. - ISBN 5-94157-160-7
4. Скворцов А.В. Триангуляция Делоне и её применение. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. – 128 с. ISBN 5-7511-1501-5