

Эффект перколяции в информационных сетях с неустойчивыми связями

А.С. Голубев, Д.С. Милованов, М.Ю. Звягин

Владимирский государственный университет
andyg@list.ru, ross23@mail.ru, muz1953@ya.ru

Введение

Теория перколяции до сих пор не получила широкого распространения в информационных задачах. Между тем, сетевые структуры и информационные потоки в них представляют собой прямую аналогию с физическими процессами, изучаемыми в рамках этого направления. Перечислим и прокомментируем некоторые работы, посвященные внедрению методов перколяции для сетевых алгоритмов:

1. Лавинная маршрутизация на основе перколяции для сенсорных сетей [1]. Предлагается уменьшать вероятность пересылки сообщения по мере удаления от источника. Тем самым резко уменьшается число копий сообщений, а вероятность достижения адресата падает незначительно.
2. Перколяционная маршрутизация для оптической кластерной сети [2]. Предлагается использовать эффект перколяции для предотвращения образования «узких мест» в коммуникационной сети, связывающей узлы кластера (в качестве топологии кластера рассматривается 3D-решетка).
3. Перколяционный поиск в сетях со степенным распределением связности [3]. Предлагается алгоритм поиска для пиринговых сетей, использующий встречные процессы внедрения и запроса контента и основанный на свойстве «накопления» информации в «ключевых» узлах с большой степенью связности.

Опыт перечисленных работ мы предлагаем привлечь в виде ряда концептуальных идей, используемых для ускорения эффекта перколяции, при этом теоретической базой остается «классическая» задача перколяции в её физической интерпретации. Иными словами, речь идет не о развитии приложений, указанных выше, а разработке собственного приложения.

Как известно, в общепринятом понимании явление перколяции рассматривается как скачкообразное изменение свойств материи при превышении определенного порога воздействия [4]. Простейшие примеры этого явления – возникновение протекания электрического тока при увеличении проводников в среде, или протекания жидкости при увеличении пористости материала.

Как известно, в общепринятом понимании явление перколяции рассматривается как скачкообразное изменение свойств материи при превышении определенного порога воздействия [7]. Дискретная математическая модель этого процесса достаточно проста. Частицы среды представляются как вершины графа, имеющие два состояния: «проводящее» и «непроводящее». Смежными считаются соседние вершины, находящиеся в проводящем состоянии. Назначение состояний вершинам происходит в случайном порядке, но с одинаковой вероятностью p . В такой постановке порог перколяции – это значение вероятности p^* , при котором в графе образуется «перколяционный кластер» – т.е. связная область, обеспечивающая протекание (жидкости, тока и т.п.) через среду.

В информационных сетях естественно использовать именно дискретный вариант перколяционных моделей. Более того, учитывая информационно-сетевую специфику, удобнее рассматривать граф, где в двух состояниях могут находиться не вершины, а ребра (модель связей). При этом в подграф входят все вершины, а смежными считаются только те, которые соединены ребром, находящемся в «проводящем» состоянии.

Обратим внимание, что исходный граф, лежащий в основе дискретных моделей, – стационарен. Однако для телекоммуникационных сетей особый интерес представляет ситуация, когда его структура произвольно меняется со временем, что особенно актуально для мобильных сетей.

На текущем этапе работы мы провели исследования для регулярной динамичной сети с целью сравнить характер перколяции с известными результатами для классической задачи. Моделирование процесса протекания выполнялось в виде «перколяционной лавины».

Перколяционная лавина

Распространение пакета носит лавинообразный характер со следующей особенностью: пересылка пакета каждому соседу осуществляется с вероятностью p и независимо друг от друга. Параметр p является глобальным. В случае $p = 0$ никакой лавины не возникает вообще, в случае $p = 1$ имеем полную лавину. В случае $0 < p < 1$ пакет будет доставлен с некоторой вероятностью w .

Нас интересуют три случая:

- 1) наибольшее $p_1 : w(p_1) = 0$, т.е. такое значение параметра p , при котором протекание только начинается;
- 2) наименьшее $p_2 : w(p_2) = w(1)$, т.е. такое значение параметра $p < 1$, при котором эффективность доведения неполной лавины равна эффективности полной лавины;
- 3) $p = 1$, т.е. полная лавина.

Соответствующие этим трем случаям затраты (выраженные в числе копий исходных пакетов) обозначим Z_1, Z_2, Z . Каждая копия возникает при пересылке, поэтому любое Z в точности равно числу пересылок. С практической точки зрения представляется необходимым ответить на вопрос расположения параметров p_1 и p_2 и выяснить, насколько возможно сократить затраты при переходе на неполную лавину, сохраняя при этом надежность доставки.

Численный эксперимент

Для исследования перколяционной лавины (в весьма частном случае) был поставлен следующий эксперимент. Он реализован на параллельном сетевом симуляторе с модульной архитектурой (ПСС) собственной разработки [5]. Применение высокопроизводительных вычислений вызвано тем, что адекватные результаты могут быть получены только на больших размерах сетей, а также большими затратами моделирования лавинообразного процесса.

Каждая связь моделируемой сети переключается в соответствии с процессом «обобщенная телеграфная волна» (см. [6]). А именно, строится простейший поток с интенсивностью μ (рекуррентный поток событий, в котором каждый раз независимо откладывается положительная случайная величина с плотностью $\mu e^{-\mu x}$). При появлении каждого события независимо разыгрывается случайная величина, принимающая значения 1 (связь активна) – с вероятностью f и 0 (связь неактивна) – с вероятностью $1-f$. При этом соответствующее состояние сохраняется до следующего события и т.д., не обязательно происходит смена состояния. Таким образом, изменчивость топологии задается одним параметром – μ , который во всех случаях был равен 0.5, что дало *средний* интервал переключения связи равный 10 шагам моделирования. Закон распределения величин f по сети имеет вид:

$$F_f(x) = \begin{cases} 0, x < m; & 1, x > 1 \\ \left(\frac{x-m}{1-m}\right)^a, & x \in [m, 1] \end{cases}$$

где a – параметр, отвечающий за надежность связей в целом по сети, m – минимальное значение; варьируя эти параметры, мы можем получать заданное среднее Mf .

Эксперимент проводился на двух топологиях квадратной решетки $N \times N$: в первом случае диагональных связей не было («топология 1»: у каждого узла 4 соседа), во втором случае – диагональные связи были («топология 2»: у каждого узла 8 соседей). Выбраны три сети: $N=100, 300, 500$. Крайние слева узлы (в количестве N) образуют слой-отправитель, N самых правых узлов образуют слой-получатель. Каждые $S=10$ шагов моделирования все узлы отправителя создают «фронт»: генерируют пакет данных и начинают его распространение – всего F раз (за SF шагов). Пусть A_i – событие « i -пакет дошел до слоя-получателя» (т.е. до хотя бы одного из узлов выходного слоя). Выходной параметр w считается по формуле:

$$w = \frac{\sum I(A_i)}{F} = \frac{\sum I(A_i)}{F},$$

т.е. как доля дошедших «фронтов». Параллельно запускаются 5 экспериментов с

$p = p_{\min} + \frac{(p_{\max} - p_{\min})(i-1)}{4}$, где i – номер эксперимента, $F = 10$. Мы начинаем со зна-

чений $p_{\min} = 0$, $p_{\max} = 1$. Затем переходим к одному из образовавшихся четырех отрезков. Нас интересует, например, отрезок, на котором происходит переход от $w=0$ к $w=1$, и т.д. Таким образом, нужные нам величины могут быть найдены с помощью последовательного перехода от больших отрезков к все более малым. Мы будем находить пороги перколяции с точностью 0.01 (минимальная длина отрезка разбиения), поскольку точность эксперимента не является первостепенной задачей.

Результаты эксперимента

Для тестирования симулятора проведем эксперимент в классической постановке, когда сеть является статической и все имеющиеся связи включены. Для данной топологии единственным параметром будет являться вероятность использования связи – p . На рис. 1 представлены результаты по двум топологиям. (Заранее оговоримся, что графики построены по двум точкам – $(p_1, 0)$, $(p_2, 1)$).

Отметим (рис.1, слева): результаты довольно точно совпадают с теоретическим пороговым значением для квадратной решетки – 0.5. Переходим к динамическим сетям. На рис. 2 и 3 представлены аналогичные ранее рассмотренным графики: для «топологии 1» (параметры связей выбраны так, что $Mf=0.75$) и «топологии 2» ($Mf=0.5$) соответственно.

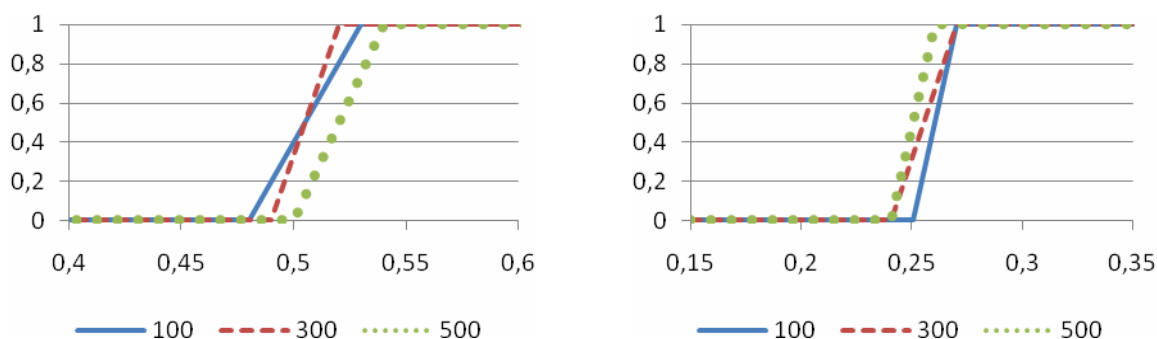


Рисунок 1. Пороги перколяции для топологии 1 (слева) и топологии 2 (справа); $N = 100, 300, 500$.

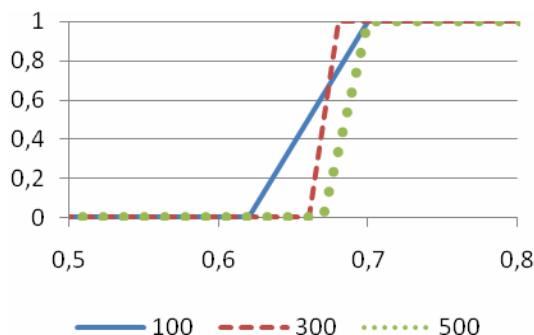


Рисунок 2. Пороги перколяции для динамической сети в зависимости от размера («топология 1», $Mf=0.75$), $N = 100, 300, 500$.

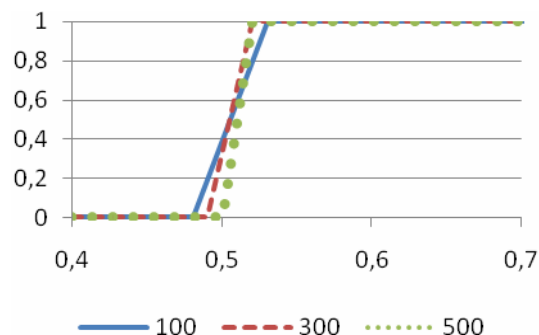


Рисунок 3. Пороги перколяции для динамической сети в зависимости от размера («топология 2», $Mf=0.5$), $N = 100, 300, 500$.

Таким образом, динамическая сеть ведет себя аналогично статической, но с большим параметром перколяции, который в обоих случаях достаточно точно представляется формулой: $p_1 = p_c / Mf(1)$, где p_c - порог для статического случая.

На рис. 4 представлено более подробное исследование данного вопроса: для сети $N=300$ («топология 1» и, значит, $p_c = 0.5$) строится сравнение прогноза по порогу p_1 (по формуле 1) и экспериментального значения для трех случаев $Mf = 0.5, 0.625, 0.75, 0.825, 1.0$. Как видно из графика, совпадение прогноза и эксперимента достаточно точное. Кроме того, в условиях этой же серии экспериментов проводилось исследование сокращения расходов на лавину. Алгоритм следующий: (1) находим p_2 (такое значение, при котором достигается эффективность полной лавины), (2) находим Z_2 – расходы при p_2 , (3) находим Z – расходы полной лавины, (4) считаем $k = Z / Z_2$. Параметр k и показывает, во сколько раз мы можем сократить расходы, воспользовавшись перколяционной лавиной. На рис. 4 представлены результаты по параметру k .

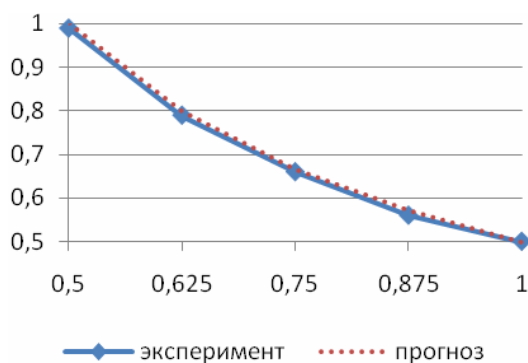


Рисунок 4. Пороги перколяции для динамических сетей в зависимости от размера ($Mf=0.75$).

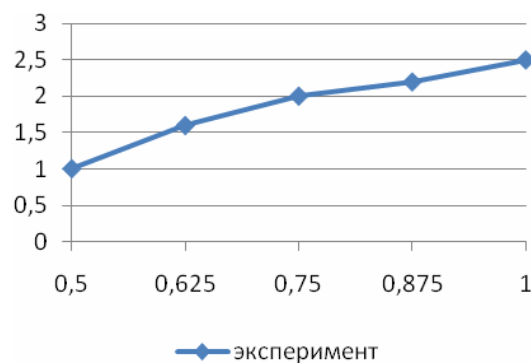


Рисунок 5. Сокращение расходов на лавину в зависимости от Mf .

Итак, можно сделать следующие выводы:

- 1) переход от отсутствия протекания к полному протеканию происходит на сравнительно узком интервале, что в целом аналогично классическому случаю;
- 2) но в отличие от классической ситуации формирования «бесконечного» кластера (или кластера от стенки до стенки) в нашем случае формируется *динамический*

связывающий кластер, который изменяется, но при этом в любой момент времени обеспечивает связь левой и правой стенок;

3) порог перколяции в динамическом и статическом случаях взаимосвязаны через величину, характеризующую временные параметры связей;

4) как и следовало ожидать, перколяционная лавина особенно эффективна по затратам (сокращение до 2.5 раз) в случае большой связности (с ростом Mf растет и динамическая связность сети).

Литература

1. Vakulya, G. Energy Efficient Percolation-Driven Flood Routing for Large-Scale Sensor Networks / G. Vakulya, G. Simon // Proceedings of the International Multiconference on Computer Science and Information Technology. – Wisla, Польша, 2008. – С. 877 – 883. – ISBN 978-83-60810-14-9.
2. Okorafor, E Percolation routing in a three-dimensional multicomputer network topology using optical interconnection / E. Okorafor, M. Lu // Journal of Optical Networking, Vol. 4, Issue 3. – Optical Society of America, 2005. – С. 157 – 175.
3. Sarshar, N Scalable Percolation Search in Power Law Networks / N. Sarshar, P.O. Boykin, V.P. Roychowdhury // Proceedings of the Fourth International Conference on Peer-to-Peer Computing. – Zurich, Швейцария, 2004.
4. Тарасевич, Ю.Ю. Перколяция: теория, приложения и алгоритмы / Ю.Ю. Тарасевич. – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 112с.
5. Шамин, П.Ю. Параллельный сетевой симулятор: концепция и перспективы развития / П.Ю. Шамин, А.С. Алексанян, В.В. Прокошев // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. — СПб, 2009. — № 3. — С. 18 – 24.
6. Вентцель, Е.С. Теория случайных процессов и её инженерные приложения: Учеб. пособие для студ. втузов. / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. — Изд. 3-е, перераб. и доп. — М.: Издательский центр «Академия», 2003. — 432 с.